

# Matematica

## all'Università di Padova

La seconda metà del Novecento



PADOVA  
**UP**

P A D O V A   U N I V E R S I T Y   P R E S S



DIPARTIMENTO  
**MATEMATICA**

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "TULLIO LEVI-CIVITA"

Prima edizione 2022 Padova University Press

Titolo originale *Matematica all'Università di Padova. La seconda metà del Novecento*

© 2022 Padova University Press  
Università degli Studi di Padova  
via 8 Febbraio 2, Padova  
[www.padovauniversitypress.it](http://www.padovauniversitypress.it)

ISBN 978-88-6938-294-9



This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike International License  
(CC BY-NC-SA) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/>)



*L'immagine in copertina è tratta dalla foto qui sotto riportata, mostra un'opera che da più di cinquant'anni è tra noi, prima nei passati Istituti Matematici, ora nell'attuale Dipartimento. L'autore fu Alfredo Tosello. E' interpretata da sempre come un simbolo universale dell'unità delle matematiche. Fu infatti realizzata e dedicata, nel secondo anniversario della sua precoce scomparsa, alla memoria di Mario Baldassarri, un grande cultore nella matematica pura, la geometria algebrica in particolare, che ebbe la nobiltà, capacità e lungimiranza di dedicare le energie dei suoi ultimi giovani anni all'edificazione del Centro di Matematica Applicata nella nostra Università.*





# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>Algebra</b>	<b>3</b>
Giovanni Zacher . . . . .	5
Adalberto Orsatti . . . . .	13
<b>Geometria</b>	<b>21</b>
Ugo Morin . . . . .	23
L'eredità scientifica di Ugo Morin . . . . .	41
Mario Baldassarri . . . . .	53
Il lavoro di Mario Baldassarri sulle varietà pseudo-Abeliane . . . . .	67
Recensione del libro "Algebraic Varieties" di Mario Baldassarri. . . . .	75
Iacopo Barsotti . . . . .	79
Lavori di Iacopo Barsotti, commentati dall'Autore . . . . .	103
La mia vita tra i Geometri di Padova . . . . .	115
<b>Analisi Matematica</b>	<b>135</b>
Giuseppe Scorza Dragoni . . . . .	137
Renato Caccioppoli . . . . .	143
Ricordando Renato Caccioppoli . . . . .	151
Giuseppe Zwirner . . . . .	157
Giuseppe Zampieri, l'analisi algebrica e complessa . . . . .	173
Un ricordo di Beppe . . . . .	183
<b>Fisica-Matematica</b>	<b>189</b>
Giuseppe Grioli . . . . .	191
Giuseppe Colombo . . . . .	201
Aldo Bressan . . . . .	207

<b>Matematica Applicata</b>	<b>217</b>
La Matematica Applicata a Padova dal 1960 a oggi . . . . .	219
Mario Volpato . . . . .	227
<b>Informatica</b>	<b>231</b>
L'informatica di Scienze a Padova . . . . .	233

# Introduzione

In questo volume, che vediamo naturalmente inserirsi all'interno delle celebrazioni degli 800 anni dell'Università degli Studi di Padova, vogliamo parlare dello sviluppo della Matematica e del Dipartimento di Matematica nell'arco di tempo che va dagli anni quaranta del millenovecento all'inizio del nostro secolo: il periodo è abbastanza vicino per avere dei testimoni diretti o che abbiano avuto informazioni direttamente dai protagonisti; ma è pure abbastanza lontano per poterlo considerare in prospettiva.

Quest'opera suona come una valorizzazione di tutti quei colleghi che sono scomparsi e che nella loro vita accademica hanno mantenuto alto il livello scientifico della Matematica a Padova. Spesso si guarda al *passato remoto*, mentre al *passato vicino* sovente non si pensa: questo può portare ad una perdita di memoria storica, ma anche ad una perdita della consapevolezza che quei luoghi calcati da importanti scienziati sono gli stessi che utilizziamo ora e che le loro visioni si ripercuotono fino ai nostri giorni. Si è quindi espressamente voluto, in questo lavoro di memoria, mettere anche l'accento sulle personalità e vicissitudini dei nostri valenti colleghi. Un dipartimento vive di ricerca, ma anche su uno continuo sforzo didattico, promozionale, organizzativo e sociale. Per questo motivo vorrei ricordare e ringraziare qui tutti i colleghi e i membri del personale tecnico e amministrativo che hanno per un motivo o un altro dato forza al nostro dipartimento nel corso di quegli'anni . . . e sono veramente molti per poterli tutti elencare.

Concludo ringraziando i colleghi Francesco Baldassarri, Franco Cardin e Luigi Salce con i quali si è ideata quest'opera. Ringrazio anche tutti quelli che hanno contribuito con i loro scritti a questo libro. Infine un grazie va anche all'aiuto amministrativo avuto dal nostro personale di segreteria coordinato da Cinzia Clemente.

**Bruno Chiarellotto**<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Direttore del Dipartimento di Matematica Tullio Levi-Civita, Università degli Studi di Padova, via Trieste 63, 35121 Padova.

Un ringraziamento al Presidente dell'UMI e ai managing editors della Rivista "Matematica, Cultura e Società" per la gentile concessione della riproduzione dell'articolo di Giulia Simone su Giuseppe Zwirner.



# Algebra



# Giovanni Zacher

## Francesco Baldassarri e Federico Menegazzo <sup>2</sup>

Hansjörg (italianizzato in Giovanni, nome con il quale è conosciuto nel mondo scientifico) Zacher nasce a Bolzano il 25 ottobre del 1926 da Artur Zacher e da Edwige Baur. Il padre, originario di Innsbruck, era Capo Divisione della Polizia Urbana del Comune di Bolzano e la madre proveniva da una famiglia di proprietari terrieri e commercianti di vino di Nals (an der Südtiroler Weinstrasse). Il nonno Baur aveva costruito nel 1908 la casa natale di Hansjörg, avvalendosi di un celebre architetto di Monaco di Baviera. Un ramo della famiglia Zacher gestisce da oltre un secolo una fiorente attività nella produzione del feltro di lana a Innichen-San Candido.

Il fratello maggiore di Hansjörg, Richard (1920-1945), aveva interessi letterari e politici. Si era laureato a Padova in lettere con una tesi sul passaggio dell'armata napoleonica in Tirolo. Richard parlava alla Radio italiana di Bolzano ed era avviato ad una carriera pubblica: fu fatto prigioniero dai nazifascisti dopo l'8 settembre 1943. Il giorno dei SS. Pietro e Paolo del 1945, al rientro da una consegna di vino, Richard trovò la morte in un incidente stradale contro un camion americano. Questa tragedia sarà sempre presente nella mente di Hansjörg.

La sorella gemella Anne Marie (Anna) lavorò per qualche anno alla Camera di Commercio. Lasciò poi questo lavoro per occuparsi con passione come segretaria della Società dei Concerti di Bolzano, il celebre Bozner Musikverein che organizza il prestigioso Premio Busoni. Anna poi sposò il Dr. Eckehard Kindler, uomo di vastissima cultura, professore di lettere greche e latine presso il liceo di Innsbruck. Con lui Zacher amava discutere lungamente di argomenti

---

<sup>2</sup>Commemorazione tenuta da F.B. presso l'Accademia Galileiana nella adunanza del 16 ottobre 2021 qui riprodotta per gentile concessione della Presidenza.

letterari e religiosi. Anna fu sempre vicina al fratello per tutta la vita e gli sopravvive ora nella casa di famiglia a Bolzano.

Il giovane Hansjörg frequenta dall'ottobre 1937 al giugno del 1942 (per tutti i 5 anni) il ginnasio italiano dei Padri Francescani di Bolzano. Egli frequenta poi il primo anno del liceo classico statale di Bolzano. È appassionato di montagna: ama le passeggiate, le ferrate, e le escursioni in parete. Suona in modo amatoriale il tradizionale Flügelhorn. La famiglia, che abitava nel centro di Bolzano condividendo la casa con 2 delle 3 zie Baur e con lo zio Alois Baur, possedeva anche una deliziosa casa tradizionale tirolese sull'altopiano del Renon.

I genitori di Hansjörg, che da bambino F.B. ebbe la fortuna di incontrare (i suoi genitori furono colleghi di Zacher a Padova), erano sorridenti, ospitali, e legati alle tradizioni. Li accolsero con squisiti piatti di Speck e Kaminwurst con i tradizionali Gurken. Gli offrirono poi le fragole di bosco, raccolte accanto a casa, con la panna fresca non zuccherata. Analogo affettuoso trattamento fu offerto più avanti a F.M. e famiglia, questa volta dalla sorella Anne Marie. Per andarvi c'era una simpatica cremagliera il cui arrivo non era lontano dalla casa. La casa del Renon fu purtroppo venduta negli anni '70, mentre la grande casa di Bolzano è rimasta la dimora dei fratelli Zacher sino ad oggi.

La famiglia Zacher apparteneva alla minoranza che aveva optato per l'Italia nelle votazioni che si svolsero i primi di gennaio del 1940 fra gli altoatesini di lingua tedesca, in cui 210.000 su 267.265 votanti optarono di trasferirsi nel Reich. Paradossalmente, chi aveva optato per restare in Alto Adige venne additato come traditore della Patria tirolese! Con i fatti dell'8 settembre 1943 la famiglia Zacher è quindi sfollata in Val di Ledro. Qui era la residenza estiva del Seminario Minore di Trento e presso il seminario Hansjörg completa i due anni mancanti di studi classici con una ottima preparazione in latino, greco, e letteratura italiana. Pur lasciando il seminario, Hansjörg manterrà per tutta la vita un profondo interesse religioso, di alto livello culturale.

Terminata la guerra, Zacher si iscrive a Matematica a Padova nell'ottobre 1945. Segue con particolare interesse l'insegnamento di Giuseppe Scorza Dragoni, analista con forti interessi algebrici. Ricordiamo che Giuseppe Scorza Dragoni era figlio del grande geometra algebrico Gaetano Scorza (Giuseppe assunse il cognome della madre Dragoni, per distinguersi dal padre). È importante notare che Gaetano Scorza era stato autore del primo trattato italiano di teoria dei gruppi, "Gruppi astratti", pubblicato postumo a cura del figlio Giuseppe e di Guido Zappa dalla Casa Editrice Cremonese nel 1942. Gaetano Scorza aveva insegnato a Napoli dal 1921 al 1935, lasciandovi una profonda traccia coltivata poi da Guido Zappa.

Dunque Giuseppe Scorza Dragoni invia Zacher a Napoli, per preparare la tesi con l'aiuto di Guido Zappa. Inizia così l'interesse di Zacher per la teoria dei gruppi. Egli si laurea a Padova nel 1950 con una tesi su "Gruppi e Teoria di Galois". Nel 1951 Zappa gli propone una borsa di studio a Napoli, dove Zacher inizia gli studi sugli omomorfismi reticolari tra gruppi. Parte del lavoro riprende un articolo di Zappa, ma parte è originale e viene pubblicata nei Rendiconti di Padova. Nella primavera del 1951 vince un concorso di assistente a Padova (ci saranno 2 vincitori: Zacher e Darbo, austriaco di Gorizia, che proviene dalla Normale di Pisa). Zacher insegna Analisi Matematica come assistente di Scorza e di Angelo Tonolo.

Ma i suoi gusti e i suoi interessi di ricerca sono ormai determinati: si occuperà sempre di algebra, anzi di teoria dei gruppi, e in particolare di problemi reticolari (con questa espressione entrata nell'uso si intende lo studio delle relazioni tra la struttura di un gruppo e quella dell'insieme ordinato dei suoi sottogruppi e questioni collegate). Un buon esempio: una sua serie di lavori culmina nel 1961 con la determinazione dei gruppi finiti con duale – si tratta dei gruppi  $G$  per i quali esistono un gruppo  $\bar{G}$  e una corrispondenza biunivoca tra i sottogruppi di  $G$  e quelli di  $\bar{G}$  che inverte le inclusioni. Il caso classico è quello di un gruppo abeliano finito  $G$ , dove  $\bar{G}$  è il gruppo degli omomorfismi di  $G$  nel gruppo moltiplicativo dei numeri complessi, e il corrispondente di un sottogruppo  $H$  di  $G$  è il gruppo degli omomorfismi che contengono  $H$  nel nucleo.

Nel 1960 trascorre un periodo alla University of Illinois at Urbana-Champaign dove incontra il coetaneo Michio Suzuki, già noto per i suoi lavori su problemi reticolari nei gruppi e autore della prima monografia sull'argomento; proprio allora Suzuki introduceva la famiglia di gruppi semplici che ora porta il suo nome (e che lo ha reso famoso). Molti anni più tardi (1994), su invito di Zacher, Suzuki sarà a Padova come professore visitatore. Zacher vince nel 1961 la prima cattedra di Algebra in Italia e risulta il primo della terna di vincitori (Zacher, Curzio, Trevisan). Tra i membri della commissione: Mario Baldassarri, Barsotti, Scorza, Zappa. Diviene professore di Algebra a Padova, dove si occupa anche di corsi superiori: introduce la teoria di Galois sviluppata secondo la presentazione di Artin e Brauer, e molti ricordano i suoi corsi monografici di teoria dei gruppi dai quali uscivano preziose dispense e tesi di laurea. Non ha simpatia per la contestazione studentesca del '69, ma ne appoggia la spinta di rinnovamento nell'attribuzione degli insegnamenti. In facoltà, quando si tratta di conferire gli incarichi di insegnamento dei corsi più ambiti, prende posizione contro il rinnovo di incarichi a colleghi anziani, in favore di più giovani e attivi candidati. In particolare, sostiene con forza l'innovativa candidatura di Iacopo Barsotti, appoggiata anche da Scorza, a

ricoprire la cattedra già di Ugo Morin. Si trova in questa occasione in aspro dissenso con quei colleghi che avrebbero desiderato candidature più conformi alle tradizioni. Zacher giovane non teme il confronto con i colleghi e si impegna vivacemente per sostenere le sue idee.

Dal 1964 al 1993 fu direttore responsabile della rivista *Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova*, già diretta da Giuseppe Scorza Dragoni. Sotto la sua direzione, coadiuvata dall'instancabile lavoro di segreteria dell'amico Luigi (Gigi) Beghi, la rivista passò da uno a due volumi all'anno, pubblicando annualmente circa 250 pagine di lavori matematici originali. Grazie a una intelligente politica di scambi, la rivista divenne un'importante risorsa anche economica per la Biblioteca del Seminario Matematico. Per sua volontà nel 1993 la rivista passò nelle mani di Francesco Baldassarri, e più tardi di Andrea D'Agnolo.

Nelle sue ricerche si occupa in questo periodo soprattutto di isomorfismi reticolari tra gruppi, che con suggestivo richiamo alla geometria si chiamano ora "proiettività" – in uno spazio proiettivo le proiettività sono le corrispondenze che conservano l'allineamento e così i sottospazi: ottiene in particolare che le proiettività conservano la finitezza dell'indice, e applica questo risultato allo studio delle immagini dei sottogruppi normali nelle proiettività dei gruppi infiniti.

Conquista altrettanto importante è la creazione di una vivace scuola di teoria dei gruppi con interessi inizialmente prevalenti nella struttura reticolare dei gruppi. Tra gli allievi che hanno poi ricoperto posizioni universitarie ricordiamo: Benedetto Scimemi, Federico Menegazzo, Claudia Metelli, Franco Napolitani, Brunella Bruno, Enrico Martino, Emma Previato, Pierantonio Legovini, Andrea Caranti, Carlo Scoppola, Giorgio Busetto, Mauro Costantini; ognuno di essi ha poi seguito, nella ricerca e nell'accademia, la sua propria strada e trovato i propri allievi prolungando in un certo senso la vita della scuola. Qualcuno è mancato: ricordo Andrea Fort, Maurizio Emaldi.

Giovanni Zacher contribuisce a rinnovare l'ambiente matematico di Padova stabilendo relazioni con i maggiori esponenti della Teoria dei Gruppi, specialmente tedeschi: Baer e la sua scuola (Heineken e Kegel, in particolare) e poi Gaschütz, Huppert; di Baer ha sempre tenuta esposta con gratitudine nel suo studio una fotografia. Usando i canali aperti dalla Unione matematica tedesca porta a Padova algebristi russi (Kurosh, Sadovskij) e ungheresi (Szep, Fuchs). Visita per lunghi periodi Urbana (Suzuki), Warwick (Stonehewer). Fu molto influente nel settore dell'Algebra in Italia durante tutta la seconda metà del secolo scorso. Fu autorevole socio effettivo dell'Istituto Veneto di Scienze Lettere ed Arti, dell'Accademia Galileiana, e dell'Accademia dei Lincei.

Nell'arco della sua lunga vita, Zacher fu autore di oltre 65 articoli scientifici in teoria dei gruppi, l'ultimo dei quali appare quando egli aveva già compiuto gli 85 anni.

Giovanni Zacher ravviva anche la vita sociale del Seminario Matematico prima, e Dipartimento di Matematica poi, contribuendo personalmente e con i suoi visitatori italiani e stranieri a creare un ambiente intelligente e vivace. Predilige le cene in piccola compagnia, in cui può prestare più attenzione agli altri commensali. Si interessa di musica, fa lunghe camminate in montagna, specialmente sul Monte Grappa, con pochi allievi o amici; frequenta la palestra di roccia di Rocca Pendice. Per alcuni anni (1978-81) si trasferisce a Trento dove contribuisce alla fondazione della facoltà di Scienze, per poi rientrare a Padova con la cattedra di Istituzioni di Algebra Superiore.

Lasciate in tarda età le più impegnative passeggiate in montagna, mantiene la passione per la musica classica, per le letture, per la convivialità e le buone conversazioni. Non dimentica mai i suoi interessi religiosi pur nel più profondo rispetto per le posizioni laiche. Passa periodicamente delle settimane presso il monastero di Camaldoli, dove stringe amicizia con diversi religiosi, e in particolare con Don Benedetto Calati, nume ispiratore del convento. Si mantiene lucido, attento, e partecipa degli eventi sino all'ultimo giorno. Le intransigenze che lo caratterizzavano in gioventù si stemperano, aumentano invece il desiderio e la disponibilità a comprendere le persone. Mai più dimentica le storie, i problemi, le vicissitudini, e gli interessi dei suoi interlocutori.

Durante la sua ultima serata (il 14 luglio 2021) segue fino in fondo la prima puntata della trasmissione di Andrea Purgatori "Caccia a Hitler" su LA7. La mattina del 15 luglio la sorella non si inquieta del suo ritardo a colazione, sapendo che la sera prima si era coricato più tardi del solito. Solo alle 9 di mattina Anne-Marie scopre che Hansjörg, in posizione composta e tranquilla, si era addormentato per sempre. I funerali si terranno nel Duomo di Bolzano il 20 luglio 2021. La salma sarà poi tumulata nella tomba di famiglia nel cimitero di Bolzano-Oberau.

Lo ricordiamo come una mente superiore alla costante ricerca di spendersi per le cause migliori. Al tempo stesso ammiriamo il suo rispetto per le opinioni di tutti e il suo interesse per ogni vicenda umana. Dobbiamo ringraziarlo per avere impresso una forte spinta al rinnovamento della matematica padovana e italiana negli anni '50 e '60 e per averci rasserenato con la sua visione alta e illuminata degli avvenimenti.

Ci auguriamo che qualcuno di noi sappia seguire il suo esempio.

Vogliamo adesso riportare un ricordo di Giovanni Zacher, inviato dal collaboratore e amico Stewart E. Stonehewer, professore emerito dell'università di Warwick.

### **Memories of Professor Stewart E. Stonehewer (Warwick)**

I first met Professor Giovanni Zacher in 1974 when I was touring Europe academically. He invited me to Padova where I gave a lecture on my research. We kept in touch during the following years and in 1979 he invited me to lecture at the 1st International Group Theory Conference in Trento. The following year, when he was already established in Trento, he invited me there again for a period of 6 weeks to collaborate in research. Much activity was taking place there, with Otto Kegel, Jorge Martinez, Giorgio Busetto and Andrea Caranti. 4 years later Giovanni was back in Padova where he invited me for more research collaboration with Giorgio Busetto and Federico Menegazzo. Then in 1988 Giovanni and I published our first joint paper, to be followed by further 14 papers during the next 21 years - by far the greatest number of papers I ever published jointly with anybody. During this period I visited Padova most years, often more than once a year; and Giovanni came to Warwick University just as frequently. Between 1992 and 2011 I made several visits to Canberra in Australia for joint work with John Cossey and on 2 of those occasions Giovanni also joined us there.

Always when Giovanni and I were together for extended periods, we spent Saturdays or Sundays on a country walk. Distance was never a problem with him and we completed 61 day-walks together between 1986 and 2007 - a total distance of 442 miles on foot - in Italy, England and Australia. The experience and the companionship that I had with Giovanni were unique.

I had the highest regard for his mathematical research activity and there was something very remarkable and interesting that happened once when he was at Warwick. He was trying to decide if, given a projectivity from an infinite group  $G$  to an infinite group  $H$ , the image of a subgroup of finite index in  $G$  always had finite index in  $H$ . He told me that he was making no progress. So I suggested that we should contact Ilya Rips in Jerusalem. Ilya had been in Warwick previously and I had spent time with him. So Giovanni agreed and I sent the problem to Ilya. He replied after a couple of weeks saying that the answer was "yes". But he said that his proof was more than 40 pages long and that he would be sending it to us. However, Giovanni told me the following day that he had proved that the answer was "yes" in less than 2 pages! Quite an amazing example showing how finding a proof of something,

by simply knowing the answer, becomes possible when previously it had been impossible! Also it shows how collaboration achieves much more than working alone. Ilya insisted that Giovanni should publish the result and Giovanni did, though of course he attributed the answer to Ilya.

Knowing Giovanni for so many years was one of the best friendships I ever had.



Giovanni Zacher



# Adalberto Orsatti e la sua eredità

Luigi Salce <sup>3</sup>

Adalberto Orsatti, grazie ai suoi contributi e alla folta schiera di allievi, è considerato il padre della ricerca sui gruppi abeliani in Italia. Ma la sua attività di ricerca e la sua eredità scientifica che cercheremo di delineare in queste pagine vanno molto al di là di questo ambito.

Negli anni '60 del secolo scorso lo stato dell'arte sui gruppi abeliani in Italia era rappresentato nel Capitolo VII della monografia del 1965 di Guido Zappa *Fondamenti di Teoria dei Gruppi*, che conteneva i risultati classici sui gruppi finitamente generati e sui gruppi divisibili e risultati più avanzati, per lo più senza dimostrazioni, ottenuti tra le due guerre da Kulikov, Prüfer, Ulm, Zippin e Baer. Inoltre nel Capitolo IX era descritto il gruppo delle estensioni di due gruppi abeliani.

Lo studio approfondito e aggiornato dei gruppi abeliani in Italia cominciò in quegli anni con Adalberto Orsatti, che entrò a far parte del Seminario Matematico dell'Università di Padova ed iniziò le sue ricerche da autodidatta in totale autonomia; il suo primo lavoro sui gruppi abeliani il cui anello di endomorfismi è locale è datato 1963. Continuò poi a dedicarsi completamente ai gruppi abeliani per una decina d'anni, cercando soprattutto di estendere i risultati di Toni Corner sugli anelli di endomorfismi. Adalberto era profondamente affascinato dai lavori di Corner; in quegli anni molti colleghi del Seminario Matematico venivano da lui edotti (che lo volessero o no!) dell'importanza e della bellezza dei lavori di Corner. Il primo incontro tra i due avvenne nel 1973

---

<sup>3</sup>Università di Padova, Dipartimento di Matematica "Tullio Levi-Civita", Via Trieste, 63, 35121 Padova, Italy. Hanno contribuito alla stesura di questo articolo Giuseppe De Marco ed Alberto Tonolo.

a Padova al Gigi Bar, una pizzeria dove ci si trovava spesso tra matematici. Corner era venuto in Italia per vedere i mosaici bizantini di Ravenna e colse l'occasione per far visita ad Adalberto. La loro cena al Gigi Bar fu infarcita di anelli di endomorfismi.

La seconda passione di Adalberto in quegli anni era la topologia, su cui tenne un bellissimo corso che la rese popolare a Padova. Pubblicò da prima due lavori sui gruppi compatti e localmente compatti e poi iniziò dal 1969 una collaborazione con Giuseppe De Marco su argomenti a cavallo tra algebra e topologia. In un primo lavoro tutt'oggi ancora spesso citato, ispirato dalla monografia di Gillman e Jerison sugli anelli di funzioni continue, caratterizzarono mediante proprietà di separazione gli spettri primo e massimale degli anelli commutativi in cui ogni ideale primo è contenuto in un unico ideale massimale; il risultato principale è che la mappa che associa ad ogni ideale primo l'unico massimale che lo contiene è continua. La collaborazione continuò negli anni successivi ancora su interrelazioni tra strutture algebriche e topologiche; vennero ad esempio caratterizzati, in un lavoro apparso sui Symposia Mathematica del 1974, i gruppi abeliani che ammettono una topologia lineare completa non discreta. Lo studio degli anelli di funzioni continue fu continuato da De Marco tra il 1972 ed il 1983 in altri quattro lavori, ed in altri due lavori da Attilio Le Donne. Lo studio di questi argomenti ha anche stimolato un interesse per la topologia generale, su cui hanno pubblicato lavori Giuliano Artico, Umberto Marconi e Roberto Moresco.

Il 1972 segnò un deciso cambio di rotta nel percorso scientifico di Orsatti. Costantin Nastasescu venne ospite per un anno sabbatico a Ferrara, dove Adalberto si era trasferito come professore ordinario da Perugia. Nastasescu tenne un lungo seminario sulle teorie di torsione che divenne una piccola monografia, molto usata in seguito dagli allievi di Adalberto, che da allora abbandonò i gruppi abeliani per dedicarsi allo studio degli anelli non commutativi e dei loro moduli. Adalberto però lasciò una buona eredità alla teoria dei gruppi abeliani. Un primo lascito fu la monografia *Introduzione ai gruppi abeliani astratti e topologici*, apparsa nel 1979 nei *Quaderni dell'Unione Matematica Italiana*, in cui, dopo avere sviluppato i risultati di base di gruppi astratti e topologici, trattava risultati profondi sui gruppi compatti ottenuti da Haar, Peter Weyl e Pontryagin, sui gruppi algebricamente compatti e sui gruppi di cotorsione e, naturalmente, sui teoremi di Corner per gli anelli di endomorfismi. Alcuni di questi argomenti vennero da lui illustrati in qualità di conferenziere generale al Convegno dell'Unione Matematica Italiana svoltosi a Cagliari nel 1975. Questa conferenza rese popolari ad una vasta platea di matematici i gruppi abeliani. Il secondo lascito fu una prima generazione di allievi, o meglio, come Adalberto preferiva chiamarli, di collaboratori, che furono indirizzati e guidati

dai suoi consigli, tra cui lo scrivente, Gabriella D'Este, Claudia Metelli, che passò dai gruppi non-commutativi ai gruppi abeliani, e Silvana Bazzoni. I temi di ricerca trattati erano spesso anelli di endomorfismi, sia in veste astratta che topologica, sia nelle direzioni aperte dai teoremi di Corner che in altri versanti.

In quegli anni si apriva anche il collegamento con la Tulane University di New Orleans, dove László Fuchs lavorava da qualche tempo. Diversi di noi spesero uno o più anni a New Orleans, avviando collaborazioni con Fuchs che dureranno per molti decenni. Durante il loro soggiorno alla Tulane University, Metelli e Bazzoni pubblicarono alcuni lavori sull'anello degli endomorfismi di gruppi senza torsione separabili, Monari-Martinez collaborò con Fuchs in alcuni lavori sui moduli su domini di valutazione, mentre io sfruttai il mio anno sabbatico nel 1975/76 soprattutto per studiare gran parte della letteratura esistente sui  $p$ -gruppi abeliani. Una volta tornato in Italia, scrissi il libro *La struttura dei  $p$ -gruppi abeliani*, che uscì nel 1980 sempre nei *Quaderni dell'Unione Matematica Italiana*.

Questa prima generazione di allievi ebbe successo accademico divenendo, chi prima e chi poi, professori di prima fascia in varie sedi universitarie italiane: oltre che a Padova, a Udine, Napoli e Milano. Naturalmente i loro interessi scientifici mutarono col tempo; mentre Claudia Metelli continuò lungo tutto l'arco della sua carriera a dedicarsi ai gruppi abeliani, sviluppando metodi del tutto originali con Clorinda De Vivo a Napoli nello studio dei cosiddetti gruppi di Butler, una importante classe di gruppi senza torsione di rango finito, Gabriella D'Este entrava, sotto la prestigiosa guida di Claus Ringel a Bielefeld, nel mondo della teoria di rappresentazione delle algebre. Lo scrivente invece avviava un progetto di ricerca di ampio respiro con László Fuchs, che portò ad uno studio sistematico dei moduli sui domini di valutazione e poi su domini commutativi non Noetheriani, con la collaborazione di Silvana Bazzoni e di Paolo Zanardo. Di queste ricerche sviluppate per più di venti anni resta traccia in due monografie, *Modules over valuation domains*, edita da M. Dekker nel 1985, e *Modules over non-Noetherian domains*, edito dall'American Mathematical Society nel 2001. Questa evoluzione dei temi di ricerca portò ad un approfondimento di diversi argomenti di algebra commutativa non Noetheriana, che avvicinò alcuni algebristi padovani a quelli dell'Università di Roma Tre, una delle sedi italiane più affermate in campo internazionale in algebra commutativa sotto la guida di Marco Fontana. Vanno anche ricordati, tra i giovani che gravitarono attorno al gruppo che faceva riferimento ad Orsatti, il già citato Attilio Le Donne, venuto da Palermo per lavorare in topologia, e Florida Girolami, già sua allieva a Perugia.

Un aspetto importante dell'attività scientifica di Orsatti in quel periodo fu l'organizzazione di due convegni all'INDAM a Roma nel 1972 e nel 1977, e

di un terzo convegno al CIRM di Trento nel 1980. Fu in quelle occasioni che si stabilirono contatti con matematici di altre importanti sedi: oltre alle già citate New Orleans e Bielefeld, anche Praga ed Essen, dove Procházka e Göbel avevano costituito affermati gruppi di ricerca. Fu nel convegno all'INDAM del 1977, cui partecipò Göbel, che lo scrivente presentò il lavoro *Cotorsion theories for abelian groups*, che venne ignorato per venti anni e che venne ripreso in diversi lavori all'inizio del 2000 prima da Göbel e Shelah e poi da Eklof e Trlifaj. La riscoperta di quelle che saranno poi chiamate cotorsion pairs venne a conoscenza di Edgar Enochs che le utilizzò come strumento cruciale per risolvere nel 2001 la famosa *Flat cover conjecture*, che era in piedi da molti anni. Al giorno d'oggi le cotorsion pairs sono uno strumento essenziale in diversi settori dell'algebra.

Negli anni '80 iniziò un'altra collaborazione importante sul versante algebrico-topologico con Dikran Dikranjan, ora professore ordinario di Algebra a Udine, il quale portava in Italia l'esperienza della scuola di Sofia di Prodanov. Lavorando sugli aspetti più propriamente topologici della teoria degli anelli e dei moduli, Dikranjan e Orsatti scrissero in quegli anni alcuni lavori sulla struttura degli anelli linearmente compatti e le loro dualità. Se per un verso una caratteristica dei lavori di Orsatti sulle strutture algebriche era l'uso di idee e strumenti topologici, nel verso contrario Adalberto usò i gruppi abeliani come strumento per risolvere un problema topologico proposto dalla topologa praghese Vera Trnkova nel lavoro *Homeomorphisms between finite powers of topological spaces*. Questo lavoro del 1986, fatto con Nicola Rodinò, può essere considerato un suo ritorno di fiamma verso i gruppi abeliani.

Come ricordato dianzi, dal 1972 Orsatti cominciò ad interessarsi alla teoria degli anelli non commutativi e dei relativi moduli, dedicandosi in particolare allo studio della teoria della dualità in ambienti molto generali, in cui lavorò a lungo con Claudia Menini, già sua allieva a Ferrara. In questo ambito Orsatti e Menini ottennero contributi fondamentali. Il punto di partenza furono le teorie di dualità sviluppate in ambienti particolari da Pontryagin, Lefschetz, Kaplansky e MacDonald. Queste teorie trovarono una comune generalizzazione nei lavori di Menini-Orsatti. Partiti da moduli su anelli commutativi, essi passarono presto a moduli su anelli non commutativi, esplorando le connessioni con la dualità di Morita. Partì dai loro lavori l'attenzione alla teoria dei moduli tilting, che sarà, con la duale teoria dei moduli cotilting, un argomento di centrale e vitale importanza per l'algebra a partire dall'ultimo decennio del '900. Perciò può considerarsi come altra notevole eredità lasciata da Orsatti l'avvio dello studio dei moduli tilting. Su questi argomenti Adalberto iniziò alla ricerca una seconda generazione di allievi: Enrico Gregorio, Riccardo Colpi ed Alberto Tonolo, a cui si aggiungerà poi Francesca Mantese. Saranno le

teorie tilting e cotilting i temi di ricerca in cui Bazzoni, abbandonato lo studio degli anelli commutativi, Colpi, Mantese e Tonolo otterranno, già a partire dagli ultimi anni del secolo scorso, risultati di assoluto valore, collaborando in particolare con la scuola praghese di Jan Trlifaj. Orsatti scrisse anche una monografia sulla teoria dei moduli, intitolata *Una introduzione alla teoria dei moduli*, pubblicata a Roma nel 1995, che conteneva anche cenni introduttivi alla teoria delle categorie.

Il filone delle teoria dei moduli su anelli non commutativi sarà continuato a Padova anche da Alberto Facchini, trasferito nel nostro dipartimento allo scadere del secolo scorso proveniente da Udine. Facchini, che aveva pubblicato nel 1998 la pregevole monografia *Endomorphism rings and direct sum decompositions in some classes of modules*, svilupperà nel nuovo secolo anche temi attuali e innovativi di teoria delle categorie.

La malattia interruppe bruscamente ed in modo irreversibile l'attività didattica e scientifica di Adalberto alla fine del 1995. Due anni più tardi, in occasione del suo 60° compleanno, organizzammo un convegno in suo onore all'Accademia Patavina (ora Accademia Galileiana), invitando da varie parti del mondo i matematici che avevano lavorato sulle tematiche cui Adalberto aveva dato importanti contributi. In quell'occasione ci ripartimmo il compito, con Claudia Menini e Dikran Dikranjan, di descrivere accuratamente i contributi dati da Adalberto nei tre settori dei gruppi abeliani, della teoria dei moduli e dell'algebra topologica. Un lascito non meno importante di quelli già ricordati, consegnato da Adalberto a chi ha avuto la fortuna di lavorare con lui, è stata la consapevolezza che fare ricerca in matematica significa essere parte di una grande e nobile impresa: la costruzione del grande edificio della conoscenza umana. Non a caso nel suo studio faceva mostra discreta di sè una piccola cornice in cui era riportata la risposta che Jacobi dette a Fourier nella diatriba sul ruolo della matematica: *Lo scopo principale della scienza è l'ascesa e la gloria dello spirito umano*.

E per concludere questo che vuole essere *in primis* un omaggio alla memoria di Adalberto, per molti di noi 'il Maestro', riporto un episodio descritto da Claudia Menini nell'articolo che scrisse in occasione del convegno a lui dedicato nel 1997 e che toccò particolarmente i presenti. In un momento di sconforto nel corso di una loro ricerca, perché il risultato congetturato e tanto atteso si era rivelato falso, Adalberto disse a Claudia: *Questa è la verità, Claudia, cosa c'è di più bello della verità?*



Da sinistra: Luigi Salce, Adalberto Orsatti, Mario Fiorentini, Laszlo Fuchs.



Da sinistra: Dikran Dikranjan, Adalberto, Pham Ngoc Anh, Claudia Menini



Accademia Galileiana 1997, convegno per i 60 anni di Adalberto



# Geometria



# Un ritratto di Ugo Morin

Luigi Tomasi <sup>4</sup>

*L'articolo ripercorre la vita, l'opera didattica e l'impegno politico e civile di Ugo Morin (1901-1968), professore di Geometria all'Università di Padova e protagonista della Resistenza, ed è stato scritto<sup>5</sup> nel cinquantenario della sua scomparsa. Con l'occasione vengono richiamate le ragioni per cui il Centro Ricerche Didattiche è stato intitolato a Ugo Morin.*

## **Premessa**

Questo contributo trae origine da una conferenza tenuta al Liceo Scientifico “U. Morin” di Venezia-Mestre il 22 marzo 2018, in occasione del 50<sup>0</sup> anniversario della scomparsa di Ugo Morin. In questa conferenza, corredata da molto materiale iconografico e documentario e destinata a studenti del 5<sup>0</sup> anno di liceo e ai loro docenti, si è voluto ricostruire la vita e la figura umana di un illustre matematico, docente di geometria e combattente per la libertà e la democrazia -senza andare nei dettagli della sua produzione scientifica- mettendole in relazione con le vicende storiche molto travagliate, attorno alle due guerre mondiali, vissute da questo protagonista dell'insegnamento della matematica e della Resistenza. La forma dell'articolo è quindi molto simile a una cronologia, assieme alla quale però si riportano diverse informazioni e considerazioni. Nella parte finale dell'articolo si richiamano le motivazioni dell'intitolazione del Centro Ricerche Didattiche (di Matematica) a Ugo Morin.

## **La giovinezza di Ugo Morin**

Ugo Morin nasce il 7 febbraio 1901 a Trieste (allora Impero austroungarico). Trieste era il porto dell'impero, con una presenza maggioritaria del gruppo

---

<sup>4</sup>Centro Ricerche Didattiche “Ugo Morin”.

<sup>5</sup>L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE, VOL.41 B N.4 OTTOBRE 2018.

linguistico italiano e un forte movimento irredentista. I suoi genitori Gabriele e Maria Piccinich erano di Lussinpiccolo (oggi Croazia), nell'isola di Lussino, luogo al quale Morin rimarrà ovviamente sempre legato e dove passava le sue vacanze estive, frenato soltanto, dopo la II Guerra mondiale, dalla difficoltà di ottenere il "visto" per ritornare in quei luoghi a lui così cari.

Il padre Gabriele era ufficiale di macchina nella marina mercantile (dipendente della compagnia Lloyd Triestino Navigazione) ed era discendente da una famiglia di marinai e di comandanti di navi di Lussinpiccolo.

Morin fa quasi tutti i suoi studi medi in Austria dove la famiglia si era trasferita e nel 1915 vince una borsa di studio per frequentare l'Accademia di Marina austriaca, dalla quale esce con il grado di Guardiamarina. Morin torna a Trieste nel novembre del 1918, quando la città diventa italiana, in seguito alla I Guerra mondiale, e subito si arruola volontario, a 17 anni, nella Regia Marina militare italiana.

### **1919-20: Ugo Morin partecipa alla "Impresa di Fiume", seguendo Gabriele D'Annunzio**

Il primo dopoguerra sul nuovo confine orientale del Regno d'Italia fu particolarmente travagliato. I legionari di Gabriele D'Annunzio, in prevalenza militari "ribelli", occuparono la città di Fiume il 12 settembre 1919, con l'obiettivo di annettere la città all'Italia, contro le clausole del trattato di pace, ritenute ingiuste, e le decisioni del Governo italiano.

Nel 1919, a 18 anni, Ugo Morin aveva sentimenti irredentisti e ideali patriottici e con la nave della Marina militare su cui era imbarcato, assieme a tutto l'equipaggio, raggiunse il porto di Fiume per unirsi generosamente all'impresa dannunziana. Arno Predonzan (1919- 2006), allievo e assistente di Morin all'Università di Padova e all'Università di Trieste, scrive:

*"Rientrato, alla fine della Grande Guerra, a Trieste finalmente italiana, egli fece sue le sofferenze morali del popolo fiumano, che il trattato di pace -per quella parte certamente ingiusto- non voleva ricongiunto all'Italia: ed egli corse a Fiume, nel 1919, ad unire il suo giovanile entusiasmo a quello dei legionari di Gabriele d'Annunzio."* (A. Predonzan, *La vita e l'opera scientifica di Ugo Morin*, Trieste, 1969).

Si tratta di un'esperienza di cui Morin non amava parlare volentieri in seguito (testimonianza di A. Predonzan), anche se definiva con fierezza sé stesso come "legionario fiumano" e la considerava come un motivo d'onore della sua giovinezza e del suo curriculum. Si tenga presente che Morin aveva forti ideali patriottici, ma non ha mai avuto atteggiamenti nazionalistici. L'"Impresa di Fiume" non deve essere ritenuta solo connotata da aspirazioni nazionalistiche, o prefasciste, ma va ricordato che a essa parteciparono anche uomini come

Morin, che in seguito diventeranno antifascisti e daranno un forte contributo alla Resistenza e alla nascita della Repubblica.

**1920: Ugo Morin consegue la licenza liceale (maturità) a Fiume e il diploma di capitano della marina mercantile a Trieste**

Ugo Morin, dopo aver frequentato l'Accademia di Marina austriaca, nel dicembre 1919 decide di sostenere gli esami di "licenza liceale" (maturità) presso la "Civica Scuola Reale Superiore" di Fiume. Alla fine del 1920, conclusasi tragicamente l'esperienza della "Reggenza italiana del Carnaro" di Gabriele D'Annunzio, Morin si congeda dalla "Marina legionaria" di Fiume e, tornato a Trieste, in breve tempo ottiene anche il diploma di capitano della marina mercantile presso l'Istituto Nautico di Trieste. Questo istituto, fondato nel 1754 da Maria Teresa d'Austria, si chiamava in origine Scuola di Matematica e Nautica di Trieste e continuava a essere rinomato sia per gli studi nautici che per quelli di matematica.

**1920-1926: Ugo Morin studia Matematica all'Università di Padova**

Dopo il suo ritorno a Trieste, Morin per un po' di tempo lavora anche come capitano nella marina mercantile (presso il Lloyd Triestino Navigazione). Pur amando moltissimo il mare, Morin decide di proseguire i suoi studi matematici all'Università. In quegli anni del dopoguerra:

*"Due passioni l'avvincevano in maniera preponderante: quella per il mare, certo ereditata dal padre, e quella per le matematiche. E queste due passioni, che possono forse apparire contrapposte, avevano invece per lui un denominatore comune: la libertà di spirito e d'azione nel girovagare per l'immenso mare; libertà d'intenti e di pensiero nel costruire quei meravigliosi castelli che la logica matematica consente."* (A. Predonzan, ibidem)

Nel novembre 1920, il Guardiamarina Ugo Morin, della "Marina legionaria" di Fiume, grazie alla licenza liceale conseguita, si immatricola alla Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali dell'Università di Padova per frequentare il Corso di laurea in Matematica.

L'Istituto di Matematica dell'Università di Padova nel 1920, quando Morin si iscrive all'Università, aveva sede nello storico Palazzo del Bo. In quegli anni si stava per concludere un'epoca che è stata chiamata "la stagione d'oro della matematica a Padova" (F. Baldassarri, in AA.VV., *I matematici dell'Università di Padova dal suo nascere al XX secolo*, Esedra, Padova 2008, p. 77).

INDICAZIONE DEI CORSI	Numero delle ore settimanali	NOME dei Professori	dei Professori	di frequenza	di pagamento o dispensa dalle t
Geometria Analitica	3	Severi	Severi		
Es. Geom. Qualitica		Severi	Severi		
Anal. Alg. e Infinitesimale		Ricci	Ricci		
Es. Anal. Alg. e Inf.		Ricci	Ricci		
Geom. Descrittiva		Amaldi	Amaldi		
Es. Geom. Descritt.		Amaldi	Amaldi		
Fisica Sperimentale		Vicentini	Vicentini		
Fisica Sperimentale		Vicentini	Vicentini		
Chimica Generale		Miolati	Miolati		

Il Segretario della Facoltà di Scienze  
*[Signature]*

Il libretto universitario di Ugo Morin con l'indicazione dei corsi e dei professori dei primi due anni: Severi, Ricci Curbastro, Amaldi, Vicentini, Miolati

A Padova, quando Morin si iscrive, vi era ancora la presenza di illustri matematici, alcuni dei quali sono stati suoi professori: Francesco Severi (prima di trasferirsi a Roma, nel 1922, insegnava “Geometria analitica con elementi di proiettiva e geometria descrittiva con disegno”), Gregorio Ricci Curbastro (docente di Analisi algebrica e infinitesimale), Ugo Amaldi (docente di Geometria descrittiva), Annibale Comessatti (docente di Geometria analitica e proiettiva, subentrò a Francesco Severi), Giovanni Alfredo Bordiga (docente di Geometria descrittiva) e Francesco Flores d’Arcais (docente di Analisi matematica). Tullio Levi-Civita, invece, non è stato docente di Morin, perché era stato nominato all’Università di Roma nel 1918.

Nel dicembre 1926 Ugo Morin si laurea in Matematica con il massimo dei voti e relatore Annibale Comessatti (1886-1945), considerato da Morin come suo maestro e al quale succederà nella cattedra di Geometria vent’anni dopo. Comessatti volle subito Morin come suo assistente alla cattedra di “Geometria analitica” e già dal gennaio 1927, un mese dopo la laurea, Morin assume l’incarico di assistente, con il rinnovo dell’incarico negli anni accademici successivi. Diventa assistente di ruolo dal 1927 al 1932. Nel 1932 Morin diventa libero docente di Geometria descrittiva a Padova, incaricato dell’insegnamento ufficiale fino all’anno accademico 1941-42.

Nel 1942 Morin vince il concorso, “primo dei ternati”, e diventa professore di

“Geometria analitica con elementi di proiettiva e geometria descrittiva con disegno” all’Università di Firenze. Tuttavia Morin, nonostante gli anni tragici della guerra, continua a tenere un forte legame con l’Università di Padova, dove mantiene gli incarichi (di entrambi i corsi nello stesso anno) di “Geometria descrittiva” e di “Matematiche complementari” (anche negli anni accademici 1942/43, 1943/44 e 1944/45), tenendo contemporaneamente i contatti con i gruppi di antifascisti che si erano formati sia a Padova che a Firenze. A questo periodo bellico risalgono i molti viaggi, fatti anche con mezzi di fortuna e spesso in bicicletta, tra Firenze e Padova, a volte con documenti falsi -in cui però c’era scritto che era nato a Lussinpiccolo- viaggi sui quali si raccontano diversi episodi e aneddoti, in particolare di essersi salvato dall’arresto grazie anche alla sua perfetta conoscenza della lingua tedesca.

### **1943-1945: Ugo Morin partecipa alla Resistenza assieme ad altri illustri docenti delle Università di Padova e di Firenze**

A Padova Morin tiene i contatti con Giuseppe Zwirner (docente di Analisi matematica, repubblicano, esponente del Partito d’Azione e dei gruppi partigiani di “Giustizia e Libertà”), Eugenio Curiel (originario di Trieste, assistente di Matematiche complementari e di Meccanica razionale, esponente del Partito Comunista, espulso dall’università nel 1938 perché di origine ebraica), Ernesto Laura (docente di Meccanica razionale e direttore del Seminario Matematico), Egidio Meneghetti (illustre farmacologo, esponente del Partito d’Azione), Silvio Trentin (antifascista, era espatriato in Francia nel 1925, esponente di “Giustizia e Libertà”, rientrato in Italia nel 1943), Norberto Bobbio (professore di Filosofia del diritto), ...

A Firenze stringe amicizia con Piero Calamandrei e Tristano Codignola (del Partito d’Azione). In quegli anni Ugo Morin milita nelle fila del Partito d’Azione, come tanti altri intellettuali antifascisti. In questo periodo continua a tenere i contatti anche con Comessatti, e a svolgere esami con lui, a volte in segreto.



Ugo Morin - circa nel 1940

Norberto Bobbio, professore di Filosofia del diritto all'Università di Padova dal 1942, ricorda Ugo Morin, in quegli anni tragici, con queste parole: *“Uomo tranquillo, di grande equilibrio interiore, che ispirava fiducia in una situazione difficile, della cui difficoltà eravamo perfettamente consapevoli e che di fiducia reciproca si alimentava”*. Bobbio ricorda di *“non averlo mai visto agitato, pur non mancando le occasioni per temere brutte sorprese. Aveva il gusto dell'ironia e la tendenza alla sdrammatizzazione. Lo ricordo con il suo volto atteggiato al sorriso: al sorriso di chi ha il coraggio delle proprie idee e non fa nulla per nasconderele”*. (in AA.VV., *Studi in onore di Ugo Morin*, a cura di M.L. Soppelsa, 2001, pp. 4-5).

### **25 luglio 1943: caduta del fascismo - 8 settembre 1943: armistizio**

In seguito all'avanzata degli Alleati nel sud, della caduta del regime fascista (25 luglio 1943) e dell'armistizio (8 settembre 1943), l'Italia viene divisa in due zone e nel nord e centro Italia, sotto occupazione tedesca, viene costituita (nel settembre 1943) la cosiddetta Repubblica Sociale Italiana (detta anche “Repubblica di Salò”).

All'Università di Padova, negli anni 1943-45, si forma un forte gruppo di oppositori al fascismo, tra i quali svolge un ruolo molto attivo Ugo Morin. Riguardo alla partecipazione alla Resistenza di Morin, Predonzan scrive:

*“Solo uomini come Ugo Morin seppero far delle sventure d'Italia nuova grandezza, dando vita, con la loro eroica iniziativa, a quella Resistenza, che precipuamente contribuì a ridare alla patria l'onore quasi perduto. Ed alla Resistenza Ugo Morin prese parte attiva, mai temendo per la libertà e la vita, quando, pur continuamente braccato dalla polizia nazista, accettò di presiedere il Comitato regionale veneto di liberazione nazionale, e poté così attivamente*

*operare perché fosse salvato il salvabile dalla vendetta e dall'odio del tedesco occupatore.*" (A. Predonzan, *ibidem*)

Padova ebbe un ruolo notevole nella Repubblica Sociale Italiana, perché sede di alcuni ministeri e anche perché nella città si erano insediate diverse squadre fasciste, in fuga dai territori liberati dagli Alleati, tra le più spietate nella repressione degli oppositori al fascismo.

Particolarmente noti sono i fatti legati all'inaugurazione dell'anno accademico, tenuta dal Rettore Concetto Marchesi il 9 novembre 1943. La cerimonia venne disturbata dai militi fascisti, i quali furono espulsi dall'Aula Magna. Ugo Morin è uno degli animatori, con Giuseppe Zwirner e altri professori e studenti della manifestazione antifascista, in Aula Magna, che accompagnò il discorso di Concetto Marchesi. Dopo questo episodio, a Padova si scatenò la repressione, con molti arresti tra gli antifascisti, tra i quali Silvio Trentin e Norberto Bobbio, mentre altri, come Zwirner e Morin, riuscirono a sfuggire, ma furono costretti alla clandestinità.

#### **1943 -1945: Ugo Morin fa parte del CLN (Comitato di Liberazione Nazionale) del Veneto**

All'indomani dell'inaugurazione a Padova dell'anno accademico, nel novembre 1943, Ugo Morin viene ricercato dalla polizia come molti altri antifascisti. È costretto a nascondersi e a cambiare frequentemente il suo rifugio.

Dopo le successive ondate di arresti dei componenti del Comitato di Liberazione Nazionale del Veneto, Morin, nel gennaio 1945, entra a far parte di questo comitato, in rappresentanza del Partito d'Azione, e continua a svolgere la sua azione clandestina a Padova e a Venezia. In questa veste tratta e controfirma la resa dei tedeschi a Venezia, che avviene la sera del 28 aprile 1945.



Sera del 28 aprile 1945 - Liberazione di Venezia: Ugo Morin (a destra)

La domenica del 29 aprile 1945 Morin parla in Piazza San Marco, nella Venezia liberata, come rappresentante del CLN del Veneto. Nel 1945 Morin diventa Presidente del CLN (Comitato di Liberazione Nazionale) per il Veneto, impegno che lascia nel 1946.

Dopo le elezioni politiche del 2 giugno 1946, il Partito d'Azione, che a livello nazionale aveva ricevuto una bassissima percentuale di voti e solo 7 seggi all'Assemblea Costituente, nonostante il suo grande apporto alla Resistenza, viene sciolto (1947) e Morin, come molti altri azionisti, decide di aderire al Partito Socialista. Alle elezioni politiche del 1948 si candida al Parlamento - nella circoscrizione di Padova, Rovigo, Verona e Vicenza - nelle liste del Fronte Popolare, ma non viene eletto. Morin viene successivamente eletto, nel periodo 1951-56, nel Consiglio Comunale di Padova in rappresentanza del Partito Socialista. Nel 1956 Morin lascia definitivamente l'attività politica.

**1946: Ugo Morin torna all'Università di Padova come professore ordinario di Geometria.**

Il 13 settembre 1945 muore a Padova, pochi mesi dopo la Liberazione, il prof. Comessatti e l'anno successivo, nel mese di febbraio, Morin viene chiamato a Padova per occuparne la cattedra di Geometria. Su questa cattedra Morin

rimase fino alla sua morte. Ugo Morin scrisse la commemorazione di Annibale Comessatti. Nello stesso anno, due mesi dopo, Morin viene però comandato presso l'Università di Trieste.

**1946: Università di Trieste - Ugo Morin comandato come professore all'Università di Trieste e primo Preside della Facoltà di Scienze**

Alla fine della II Guerra mondiale, nel giugno 1945, dopo i 45 giorni di occupazione jugoslava, Trieste passa sotto il controllo del Governo Militare Alleato (AMG).

Nel 1946 viene fondata –istituita dal Governo Militare Alleato– la Facoltà di Scienze dell'Università di Trieste, comprendente i corsi di laurea in Matematica, in Fisica, in Matematica e Fisica ed il biennio propedeutico di Ingegneria. In quest'anno, su proposta di Bruno de Finetti (all'epoca docente di “Matematica finanziaria” all'Università di Trieste, nella Facoltà di Economia e Commercio), viene chiamato a Trieste Ugo Morin, appena trasferitosi da Firenze a Padova sulla cattedra di Geometria. Morin, professore ordinario a Padova, corre generosamente in aiuto dell'Università della sua città natale, assieme a un gruppo di professori suoi colleghi all'Università di Padova, tra i quali Giuseppe Zwirner, Ernesto Laura, Giuseppe Scorza Dragoni. Dal 1<sup>o</sup> aprile 1946 Ugo Morin viene comandato all'Università di Trieste dal Ministro della Pubblica Istruzione, su richiesta del Governo Militare Alleato di Trieste (AMG). Nello stesso anno Morin diventa il primo preside della Facoltà di Scienze all'Università di Trieste. In questi anni l'attività di ricerca a Trieste è coordinata dal Seminario Matematico, diretto prima da Morin e poi da Bruno de Finetti. Tuttavia Morin rimane professore ordinario all'Università di Padova e qui mantiene, per incarico, l'insegnamento di “Geometria superiore” nell'anno accademico 1945-46 e in quelli successivi.

In quegli anni Ugo Morin continua la sua attività scientifica e l'intensa attività didattica di professore universitario (a Padova, a Trieste e per alcuni anni anche a Ferrara, a volte nello stesso anno accademico) e come autore di libri di testo per l'università e per le scuole secondarie. Dal 1951 al 1960 pubblica un libro di testo di geometria che avrà una notevole diffusione, *Lezioni di Geometria*, per l'università, in 4 volumi:

- *Lezioni di geometria*, vol. I, *Elementi di geometria analitica*
- *Lezioni di geometria*, vol. II, *Curve piane* (a cura di Arno Predonzan)
- *Lezioni di geometria*, vol. III, *Elementi di geometria proiettiva* (a cura di Arno Predonzan)

- *Lezioni di geometria*, vol. IV, Geometria descrittiva. Curve sghembe e superficie.

Morin è stato un docente molto noto e seguito e ha avuto molti allievi e assistenti. Ne elenchiamo alcuni. A Padova: Arno Predonzan (docente di Geometria, prima a Padova e poi a Trieste), Franca Busulini (docente di Matematiche elementari da un punto di vista superiore), Bruno Busulini (docente di Storia della Matematica), Adalberto Orsatti (docente di Algebra); a Trieste: Tomaso Millevoi (docente di Geometria).

Di Ugo Morin, Millevoi (suo allievo a Trieste e suo assistente all'Università di Trieste e poi all'Università di Padova) ricorda: *“Era un ottimo docente, chiaro, preciso, essenziale”*.

Antonio Lepscky (1931-2015, docente di “Controlli automatici” all'Università di Padova), che è stato allievo di Ugo Morin nel biennio propedeutico di Ingegneria a Padova, scrive:

*“Lo stile del professor Morin era inconfondibile: preciso e pacato, prima di presentare un teorema ne enunciava chiaramente la tesi e l'ipotesi ed indicava brevemente le linee secondo le quali avrebbe sviluppato la dimostrazione e ci consentiva così di seguirla più facilmente rendendoci conto delle finalità cui miravano i passaggi intermedi. Mi sembrava in questo una guida alpina che, . . . , fa riguardare dall'alto a coloro che ha accompagnato il percorso seguito.”* (in AA.VV., *Studi in onore di Ugo Morin*, a cura di M.L. Soppelsa, 2001, p. 74).

### **Ugo Morin per un “insegnamento moderno della matematica”**

Morin è stato uno studioso di geometria algebrica e uno dei primi matematici in Italia a occuparsi in modo approfondito di Algebra astratta, facendola oggetto dei suoi corsi (“Matematiche Complementari”, “Geometria superiore”, . . . ) fin dagli anni del II dopoguerra. Su di essa scrive un libro già nel 1953, primo volume di un'opera incompiuta dedicata alla Geometria algebrica. Per un elenco completo delle pubblicazioni di Ugo Morin, si rinvia al più volte citato: A. Predonzan, *La vita e l'opera scientifica di Ugo Morin*, Trieste, 1969.

Morin non solo è un illustre docente universitario, ma è anche molto interessato all'insegnamento della matematica nella scuola secondaria. Conosce bene la scuola secondaria, partecipa quasi ogni anno agli esami di maturità come presidente di commissione, presiede varie commissioni nazionali di concorso a cattedre di Matematica per la Scuola secondaria di I e di II grado, partecipa attivamente a convegni nazionali e internazionali sull'insegnamento della matematica e tiene numerosi corsi di formazione e aggiornamento per docenti di matematica. In questi corsi propone un “insegnamento moderno della

matematica” e contribuisce attivamente a scrivere dei nuovi programmi per la scuola secondaria, per la riforma del corso di laurea in matematica e per la formazione degli insegnanti di matematica per la scuola secondaria, di I e di II grado.

Morin si impegna molto anche nelle associazioni dei docenti di matematica universitari e di scuola secondaria.

### **1958-1959: Ugo Morin scrive dei libri di testo di Geometria per la Scuola Media e per la Scuola Superiore**

Il suo interesse per la Scuola secondaria, già nel 1958, è testimoniato da un libro di *Geometria* per la Scuola Media, che pur “*nell’ambito dei programmi allora in vigore, dà un esempio, in contrapposizione alle molte distorsioni esistenti, di quale sia il significato di un “rigore intuitivo”, cui solo un geometra della sua levatura poteva approdare.*” (C. Sitia, in AA.VV., *Studi in onore di Ugo Morin nel centenario della nascita*, op.cit.). È inoltre da far notare quanto ha affermato la prof.ssa Franca Busulini, collaboratrice e assistente del prof. Morin all’Università di Padova, che ne condivise la stesura:

*“posso affermare che volendo egli dedicarsi alla “Geometria elementare”, scelse la scuola media inferiore come primo impegno, perché ritenuto il più difficile.”*

Ai libri appena citati fecero seguito gli *Elementi di geometria per le scuole medie superiori*, Cedam, Padova, parte I (1958), parte II e parte III (1959), scritti anche questi con la prof.ssa Franca Busulini. Si tratta di un’opera ristampata diverse volte, con aggiornamenti e perfezionamenti successivi, fino al 1976, nella quale si utilizza il linguaggio degli insiemi, si introducono concetti e metodi dell’algebra astratta e si propone uno studio della geometria basato anche sulle trasformazioni geometriche del piano, seguendo l’impostazione del “Programma” di Klein. Nella Prefazione alla terza edizione si afferma:

*“Dal 1959 numerosi Comitati e Congressi nazionali e internazionali, appoggiati da Organizzazioni e Governi, si sono posti il problema di aggiornare anche l’insegnamento nelle Scuole secondarie alle esigenze scientifiche e didattiche della matematica moderna. In Italia sono a questo scopo attualmente operanti numerose classi pilota.”...*

*“La lettura dell’indice fa vedere che si è distribuita la materia non per figure (segmenti, triangoli, poligoni,...) ma per tipo di proprietà (appartenenza, partizione, affini, metriche).”*

### **1961-62: nuovo curriculum del Corso di laurea in Matematica**

Nell’anno accademico 1961-62 ebbe luogo il rinnovamento del curriculum universitario per il corso di laurea in Matematica e al primo anno di corso l’esame di Chimica venne sostituito da quello di Algebra. Si costituì inoltre l’indirizzo

didattico del corso di laurea in Matematica che ha come fondamentali il corso di nuova istituzione “Matematiche elementari da un punto di vista superiore”, di cui Morin fu il primo incaricato a Padova, e il già esistente corso di “Matematiche complementari” (a lungo tenuto, per incarico, da Morin), che venne ristrutturato secondo le nuove esigenze.

**1963-67: Ugo Morin dà un contributo notevole al rinnovamento dell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria**

Negli anni 1963-67 Ugo Morin dà un contributo notevole anche al rinnovamento dell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria, con la sua collaborazione alla stesura di parti importanti dei volumi dedicati dal Ministero della Pubblica Istruzione alle “classi pilota” di scuola secondaria superiore, *Per un insegnamento moderno della matematica nelle Scuole Secondarie*, editi da Patron, Bologna 1963-64, in cui i capitoli I-II-III-IV e parte del V sono opera di Morin.

Nel 1965 presenta un progetto, in alternativa a quello di Giovanni Prodi, per l'istituzione di una laurea “mista” destinata a formare i futuri professori di “Matematica, osservazioni ed elementi di scienze naturali” della nuova Scuola Media, istituita nel 1963.

Tra i vari corsi, particolarmente importante è quello del novembre 1966, tenuto a Frascati, dedicato alla “matematiche moderne” e alla possibilità di una loro utilizzazione nella scuola secondaria (la prima relazione è quella di Morin).

Numerosi sono gli incarichi accademici e nelle associazioni assunti da Ugo Morin. È stato direttore del Seminario Matematico a Padova dal 1964 al 1967 e componente della redazione della rivista “Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova”.

È stato inoltre presidente delle sezioni “Mathesis” a Trieste e a Padova. Nel 1964 Ugo Morin è stato eletto vice-presidente dell'Unione Matematica Italiana per il triennio 1964-67.

Nell'ottobre 1967 Ugo Morin partecipa all'VIII Congresso dell'UMI-Unione Matematica Italiana, che si tiene presso l'Università di Trieste. Possiamo dire che questa sia stata una delle sue ultime apparizioni in pubblico.

**1<sup>o</sup> gennaio 1968**

Ugo Morin, dopo lunga malattia, muore a Padova e la sua scomparsa suscita un'eco vastissima nell'università, nella scuola e nella cittadinanza. La famiglia e l'Università di Padova ricevono un grandissimo numero di condoglianze dai rettori di quasi tutte le università italiane e di alcune università straniere, da colleghi professori universitari di tutta Italia, dalla cittadinanza di Padova e di Trieste, dalle autorità civili e militari di Padova, dal mondo della scuola

secondaria di molte parti d'Italia dove Morin era molto noto, dall'UMI, oltre che dal Ministro della Pubblica Istruzione, il padovano on. Luigi Gui.

Lucio Lombardo Radice (1916-1982, docente di Algebra e di Matematiche Complementari all'Università di Roma e dirigente politico comunista), sulla rivista *Riforma della Scuola*, nel numero di febbraio 1968, ricorda Ugo Morin con le seguenti ispirate parole: *“Abbiamo perso uno degli amici a noi più vicino, uno degli uomini più limpidi che avessimo mai conosciuto: di quelli, rarissimi, che quando ti incontrano, ti rischiarano.”*. Gli ideali della sua vita sono stati: *“scienza, scuola, antifascismo, libertà e giustizia”*. E ancora: *“Ugo Morin, da un quarto di secolo circa titolare della cattedra di Geometria all'Università di Padova, dove era stato prima collega e poi successore del suo grande maestro Comessatti, ci ha lasciato quando lo vedevamo ancora nel pieno delle sue forze, quando ci sembrava doverlo vedere ancora per anni guidare la sua “barca”, in quell'Adriatico che egli aveva tanto caro. La apparente semplicità di Morin era, in verità, la fusione felice – ma forse non facile – di esperienza, cultura, gusti, ideali molteplici e sottilmente elaborati. Portava in sé l'eredità complessa della cultura “mitteleuropea” alla vigilia del crollo dell'Impero austro-ungarico, la cultura dei Kafka e dei Musil e degli Svevo, che aveva nella Sua Trieste un centro particolarmente ricettivo e sensibile. Ma in lui c'erano, d'altro lato, l'esperienza della grande scuola italiana di geometria, colle sue “intuizioni”, nella quale si era innestata più tardi, nella maturità, il gusto per la potente ed elegante astrazione algebrica. Scienziato, ricercatore di vaglio, dedicava gran tempo e preziose energie alla riforma dell'insegnamento matematico, era uno dei “caposaldi” degli organismi ad esso preposti. Lo sentiva come un dovere civile, oltre che scientifico. Il senso del dovere civile lo aveva fatto essere partigiano, militante della democrazia e del socialismo, generoso, appassionato. Ma insieme “saggio”, partigiano, ma non parziale, sempre attento alle ragioni degli altri, sì che in tutti i molti ambienti nei quali agiva riceveva naturalmente funzioni di “moderatore”, di consigliere, di capo.”* Per ulteriori approfondimenti sull'apporto di Ugo Morin al rinnovamento dell'insegnamento della matematica negli anni Cinquanta e Sessanta del secolo scorso, rimandiamo all'articolo di Candido Sitia: *L'impegno di Ugo Morin per la didattica della matematica, in L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 19B, n.5, Ottobre 1996.

### **1969: a Ugo Morin viene intitolato il “Gruppo di Pedagogia della Matematica” di Paderno del Grappa (Treviso)**

Nel dicembre 1968, durante le vacanze di Natale, presso gli Istituti Filippin di Paderno del Grappa (Treviso), si svolge il primo “Convegno di insegnanti di matematica”. Il convegno è organizzato dal Prof. Candido Sitia (Fratello

delle Scuole Cristiane, docente di Matematica e Fisica nel Liceo Scientifico degli Istituti Filippin) e da altri docenti interessati al rinnovamento dell'insegnamento della Matematica. Durante il Convegno viene proposto di costituire un "Gruppo di pedagogia della Matematica" - con finalità di formazione e aggiornamento degli insegnanti e per il rinnovamento dell'insegnamento della matematica a tutti i livelli scolastici (Elementari, Medie e Superiori) - per il quale Sitia prospetta l'intitolazione al Prof. Ugo Morin, scomparso un anno prima. La proposta di intitolazione suscita qualche discussione tra i partecipanti al Convegno perché si teme che il costituendo "Gruppo di pedagogia della Matematica", con una intitolazione, si schieri troppo per una o per l'altra delle posizioni sull'insegnamento della matematica presenti a livello nazionale. Scrive Candido Sitia nel resoconto sulla riunione del 27 dicembre 1968: *"Infine la maggioranza decide per la seguente dicitura: "Gruppo di pedagogia della Matematica", col che si intende sottolineare il fatto che non si intende lavorare solo sul piano puramente scientifico-matematico, ma soprattutto su quello del rinnovamento pedagogico e didattico, lasciando, per ora, sospesa la dedizione al Prof. Ugo Morin."*

La proposta di intitolazione del Gruppo viene tuttavia definitivamente approvata nel 1969, su proposta di Sitia e di diversi allievi di Morin -tra i quali Franca Busulini e suo fratello Bruno- che facevano parte del "Gruppo di pedagogia della Matematica".

Dal 1975 il Gruppo decide definitivamente di chiamarsi Centro Ricerche Didattiche "Ugo Morin".

### **1974: a Ugo Morin viene intitolato il III Liceo Scientifico di Venezia-Mestre**

Il III Liceo Scientifico Statale di Venezia-Mestre viene a costituirsi ufficialmente nell'anno scolastico 1973-74, quando diventa autonomo dal Liceo Scientifico Statale "Giordano Bruno" di Venezia-Mestre, di cui in precedenza era una succursale. La prof.ssa Bruna Belcaro, preside incaricata del III Liceo Scientifico di Venezia-Mestre, allieva di Morin e medaglia d'oro della Resistenza, nel febbraio 1974 propose al Collegio dei docenti, che approvò la proposta a larga maggioranza, di intitolare il liceo a Ugo Morin, con questa motivazione:

*"per le sue doti di uomo e di scienziato, ricercatore brillante e originale, interessato ai problemi della scuola di ogni ordine e grado". Sul suo illustre maestro ha scritto: "Di Ugo Morin, maestro e uomo, ciò che mi ha sempre colpito e affascinato era la sua piena comprensione e disponibilità verso i deboli, nella Resistenza verso gli sbandati, in sostanza un uomo controcorrente. Per Lui sopra ogni cosa, il rispetto dell'Uomo". (in AA.VV., Studi in onore di Ugo Morin, a cura di M.L. Soppelsa, 2001, p. 6).*

### **Ringraziamenti e una nota finale**

Ringrazio per le informazioni e il materiale fotografico gentilmente fornitomi il Prof. Ugo Pagallo (Università di Torino, nipote di Ugo Morin) e la Dott.ssa Natasha Gordon (nipote di Arno Predonzan). Ringrazio inoltre il Prof. Tomaso Millevoi (allievo e assistente di Morin all'Università di Trieste e all'Università di Padova) e il Prof. Benedetto Scimemi (Università di Padova), che mi hanno fornito ulteriori informazioni per la stesura di questo contributo. Ringrazio infine il personale dell'Archivio Storico dell'Università di Padova che mi ha messo a disposizione, per la consultazione, i due fascicoli relativi a Ugo Morin (studente e professore).



# Bibliografia

- [1] AA.VV., *I matematici nell'Università di Padova dal suo nascere al XX secolo*, Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata dell'Università degli Studi di Padova, Esedra, Padova, 2008.
- [2] Bonotto, C., Ricordo di Franca Busulini, in *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 33B, n. 1, Febbraio 2010, pp. 87-88.
- [3] Lucchini, G., Per non dimenticare, Ugo Morin (1961-1968), in *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 35B, n. 1, 2012.
- [4] Morin, U., *Algebra astratta e Geometria algebrica. Parte prima. Algebra astratta*, CEDAM, Padova, 1953.
- [5] Morin, U.-Busulini, F., *Elementi di geometria per le scuole medie superiori*, parti I, II, III, CEDAM, Padova, 1958-59.
- [6] Morin, U.-Busulini, F., *Geometria per le tre classi della scuola media*, CEDAM, Padova 1958.
- [7] Morin, U. *Lezioni di geometria*, 4 volumi, CEDAM, Padova 1951-60.
- [8] M.P.I.-O.C.S.E., *Per un insegnamento moderno della matematica nei Licei classici, nei Licei scientifici, negli Istituti magistrali*, Patron, Bologna 1963.
- [9] M.P.I.-O.C.S.E. *Per un insegnamento moderno della matematica negli Istituti Tecnici*, Patron, Bologna 1964.
- [10] M.P.I.-O.C.S.E., *Per un insegnamento moderno della matematica nella Scuola Media*, Patron, Bologna 1964.

- [11] Predonzan, A., *Necrologio-Ugo Morin*, Bollettino UMI N.6, pp. 827-829, Zanichelli, Bologna, 1968.
- [12] Predonzan A., *La vita e l'opera scientifica di Ugo Morin. Commemorazione tenuta nell'aula maggiore dell'Istituto di Matematica dell'Università degli Studi di Trieste il giorno 20 novembre 1968*, Trieste. 1969.
- [13] Scorza Dragoni, G., *Ugo Morin*, Padova, Società Cooperativa Tipografica, 1977.
- [14] Sitia, C., L'impegno di Ugo Morin per la didattica della matematica, in *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 19B, n. 5, Ottobre 1996.
- [15] Soppelsa, M.L. (a cura di), *Studi in onore di Ugo Morin nel centenario della nascita (Trieste 1901-Padova 1968)*, Liceo Scientifico "U. Morin", Venezia-Mestre, 2001.
- [16] Tomasi, L., Ugo Morin, in *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, vol. 34AB, n. 6, 2011, pp. 699-700.

# L'eredità scientifica di Ugo Morin

Alberto Conte <sup>6</sup>

*Ugo Morin ha portato dei contributi fondamentali ai problemi sull'unirazionalità per le varietà algebriche. In questo intervento analizziamo i suoi pionieristici risultati e l'influenza che hanno avuto e continuano ad avere sulle ricerche più recenti.*

Anche se non ho mai avuto la fortuna di conoscerlo di persona, Ugo Morin è stato una presenza costante e una fonte d'ispirazione per la maggior parte della mia attività scientifica nel campo della Geometria Algebrica. Ho studiato e analizzato così a fondo i suoi lavori nell'ambito dei problemi sull'unirazionalità per le varietà algebriche di dimensione maggiore di 2 da finire per conoscerli quasi a memoria e d'immaginarli la sua figura e la sua personalità in una maniera che vidi confermata nel 1996 dalle parole di Norberto Bobbio. Il filosofo e Senatore a vita torinese aveva conosciuto Morin a Padova negli anni della seconda guerra mondiale, quando quest'ultimo aveva partecipato attivamente alla Resistenza ricoprendo anche il ruolo di Presidente del Comitato regionale veneto di liberazione nazionale. Quando in quell'anno si tenne a Mestre una Giornata di studio dedicata a Ugo Morin, "Scienza e impegno civile", alla quale partecipai nella mia qualità di Presidente dell'Unione Matematica Italiana, Bobbio inviò una lettera nella quale lo descrive con queste parole: "uomo tranquillo, di grande equilibrio interiore, che ispirava fiducia in una situazione difficile, della cui difficoltà eravamo perfettamente consapevoli e che di fiducia reciproca si alimentava". Non ricorda di "averlo mai visto agitato, pur non

---

<sup>6</sup>Professore Emerito di Geometria Superiore nell'Università di Torino

mancando le occasioni per temere brutte sorprese. Aveva il gusto dell' ironia e la tendenza alla sdrammatizzazione. Lo ricordo con il suo volto atteggiato al sorriso: al sorriso di chi ha il coraggio delle proprie idee e non fa nulla per nasconderle.”

Una varietà algebrica  $X$  di dimensione  $d$  è detta *unirazionale* se possiede delle equazioni parametriche razionali. In altri termini, ciò equivale a dire che esiste una mappa razionale dominante (cioè, genericamente suriettiva) fra lo spazio proiettivo  $\mathbf{P}^d$  e la nostra varietà  $X$  o anche che il campo  $k(X)$  delle funzioni razionali su  $X$  è un sottocampo del campo  $k(\mathbf{P}^d) = k(T_1, \dots, T_d)$  delle funzioni razionali in  $d$  variabili indipendenti a coefficienti in  $k$ . Se poi la mappa razionale di cui sopra è *birazionale* (cioè genericamente biiettiva) allora  $X$  sarà detta *razionale* e  $k(X)$  coinciderà proprio con  $k(\mathbf{P}^d) = k(T_1, \dots, T_d)$ .

La differenza fra le due nozioni è sottile, ma cruciale: mentre nel caso dell'unirazionalità si richiede soltanto che le equazioni parametriche forniscano (quasi) tutti i punti di  $X$ , nel caso della razionalità occorre che esse li forniscano in maniera biunivoca. La differenza fra le due nozioni appare ancora più chiaramente se si ragiona in termini di  $k(X)$ . Per quanto detto in precedenza si avrà infatti:

$$X \text{ è unirazionale} \iff k(X) \subset k(T_1, \dots, T_d)$$

$$X \text{ è razionale} \iff k(X) = k(T_1, \dots, T_d)$$

Da quanto si è detto sopra appare ovvio che ogni varietà algebrica razionale è anche unirazionale. Sarà vero anche il viceversa? Oppure esistono delle varietà algebriche che sono unirazionali, ma non razionali? Questo problema è noto come *Problema di Lüroth*, e c'è voluto quasi un secolo per riuscire a risolverlo! Il nome gli viene da quello del matematico tedesco Jacob Lüroth che, nel 1876 dimostrò il seguente teorema, che da allora prende il suo nome:

**TEOREMA DI LÜROTH ([11])** *Sia  $k$  un campo qualsiasi. Per ogni catena di estensioni di  $k$*

$$k \subset L \subset k(T_1)$$

*il campo  $L$  è isomorfo a  $k(T_1)$ .*

Se quindi  $X = C$  è una curva algebrica unirazionale ( $d = 1$ ), per quanto detto sopra potremo applicare il teorema precedente con  $L = k(C)$  e concluderne che  $k(C)$  è isomorfo a  $k(T_1)$  e quindi che  $C$  è razionale. In tal modo il *Problema di Lüroth* risulta risolto in senso affermativo nel caso di dimensione 1: tutte le curve unirazionali sono razionali.

Anche nel caso  $d = 2$ , cioè quando  $X = S$  è una superficie algebrica (e  $k$  è il corpo complesso) si ottiene una risposta positiva, come conseguenza del

celebre *Criterio di razionalità di Castelnuovo*: tutte le superficie algebriche unirazionali sono razionali.

Le cose si complicano a partire dalla dimensione  $d = 3$  in poi: non si conoscono (neppure oggi) criteri di razionalità (né di unirazionalità!) e non esiste nulla di simile al teorema di Lüroth: Occorreva quindi basarsi su tecniche algebriche e/o geometriche e/o analitiche *ad hoc* da adattarsi ai singoli casi, partendo naturalmente dalle varietà più semplici. Queste sono le *ipersuperficie* dello spazio proiettivo, cioè i luoghi degli zeri di un polinomio omogeneo di un certo grado  $n$  (le curve algebriche piane, le superficie di  $\mathbf{P}^3$ , etc.). In particolare, le prime ipersuperficie tridimensionali vivono in  $\mathbf{P}^4$  e sono gli iperpiani ( $n = 1$ ), le quadriche ( $n = 2$ ) e le ipersuperficie cubiche ( $n = 3$ , in inglese *cubic threefolds*). Ora, gli iperpiani e le quadriche sono banalmente razionali, e il primo caso interessante è quello del *cubic threefold*, per il quale si può dimostrare senza difficoltà che è unirazionale. Allo studio della sua razionalità (o non-razionalità) si è dedicato per oltre 50 anni, e fino a poco prima della morte, Gino Fano (1871-1952), allievo del grande Corrado Segre e professore nell'Università di Torino, senza tuttavia riuscire a pervenire a risultati conclusivi (ma prendendo lo spunto da queste ricerche per definire e studiare quelle varietà che oggi portano il suo nome e che costituiscono una delle famiglie più importanti e interessanti di varietà di dimensione superiore). La non-razionalità del *cubic threefold* sarà provata soltanto nel 1971, con sofisticati metodi analitici e topologici, dagli americani Clemens e Griffiths ([3]). Un altro esempio, estendibile a tutte le dimensioni, di varietà unirazionale, ma non razionale, fu dato quasi contemporaneamente da Artin e Mumford ([1]). Il *Problema di Lüroth* trovava così la sua soluzione definitiva: positiva per le curve e le superficie, negativa a partire dalle varietà di dimensione 3. Rimaneva comunque aperto il problema di decidere, caso per caso, se una determinata varietà fosse o meno unirazionale o razionale. Si tratta di una questione di enorme difficoltà perché, non esistendo criteri generali, si deve in ciascun caso immaginare un argomento geometrico *ad hoc*, quasi sempre di grande profondità e sofisticatezza, che permetta di risolverla. Nel 1912 Enriques ([8]) era riuscito a provare, con un'ingegnosa costruzione geometrica, l'unirazionalità dell'intersezione di una quadrica e di una cubica di  $\mathbf{P}^5$  (varietà storicamente molto importante perché, identificando la quadrica con la Grassmanniana delle rette di  $\mathbf{P}^3$ , costituisce il cosiddetto *complesso cubico di rette*), ma ancora negli anni '30 del secolo scorso erano pochissimi gli esempi conosciuti di varietà unirazionali.

È questo il problema al quale ha dedicato le sue migliori energie intellettuali e scientifiche Ugo Morin, ottenendo, come vedremo, risultati di grande rilievo che sono ancora oggi fonte d'ispirazione per le ricerche più recenti.

Per affrontarlo il Nostro si era forgiato nel 1936, forte degl'insegnamenti

del suo maestro Annibale Commessatti con il quale si era laureato nell'Ateneo patavino, uno strumento proiettivo di grande potenza, determinando la condizione affinché un'ipersuperficie algebrica generale, di qualunque dimensione, contenga degli spazi lineari  $\mathbf{P}^r$  di dimensione data ([15]). Utilizzando questo risultato Morin riusciva, con un ingegnoso procedimento induttivo, a provare nel 1942 questo fondamentale:

**TEOREMA 1** ([19]) *Sia  $X \subset \mathbf{P}^d$  un'ipersuperficie "generale" di grado  $n$  e dimensione  $d - 1$ . Esiste una costante  $\rho(n)$  tale che, se  $d > \rho(n)$ , allora  $X$  è unirazionale.*

Di esso Arno Predonzan, che è stato il principale allievo di Morin e che ne ha proseguito l'opera succedendogli sulla cattedra di Geometria dell'Università di Trieste, dirà che "per la brillantezza del procedimento induttivo usato, e per la schematica visione del problema, può certo considerarsi un modello di sintesi geometrica". Ciò è confermato anche dall'interesse che questo Teorema di Morin continua a suscitare. Nuove dimostrazioni ne sono state date da Ciliberto (1980, [2]), Ramero (1990, [25]) e Paranjape – Srinivas (1992, [22]), mentre nel 1998 Harris–Mazur–Pandharipande lo hanno generalizzato sostituendo l'ipotesi "generale" con quella meno restrittiva di "non-singolare" ([9]). Lo stesso Predonzan fin dal 1949 lo aveva esteso alle intersezioni complete ([23]), mentre nel 2002 Conte – Marchisio – Murre, basandosi su un'idea di Ciliberto, hanno provato l'analogo risultato per i rivestimenti doppi degli spazi proiettivi, dimostrando il seguente:

**TEOREMA 2** ([5]) *Sia  $B$  un'ipersuperficie di grado  $2n$  di  $\mathbf{P}^d$  e sia  $\pi : W \rightarrow \mathbf{P}^d$  il rivestimento doppio di  $\mathbf{P}^d$  ramificato lungo  $B$ . Esiste una costante  $\mu(n)$  tale che, se  $d > \mu(n)$ , allora  $W$  è unirazionale.*

Nelle dimostrazioni del Teorema 1 il valore della costante  $\rho(n)$  è molto alto e certamente lontano dal miglior limite possibile. Se ciò è sufficiente per la dimostrazione, è però d'interesse essenziale sapere, per ogni  $n$ , quale sia il possibile minimo per  $\rho(n)$ . Già nel 1936 Morin aveva affrontato il caso delle ipersuperficie quartiche, riuscendo a portare a 6 il valore di  $d > \rho(4)$  ([16]) e abbassandolo poi ulteriormente a 5 in un successivo lavoro del 1952 ([20]). Nel 1998 Conte–Murre hanno dato una dimostrazione semplificata di quest'ultimo risultato basandosi su lavori di Lang ([12]) e B. Segre ([26]) che non erano ancora disponibili al momento della pubblicazione del lavoro di Morin. La formulazione precisa è la seguente:

TEOREMA 3 ([4]) *Sia  $X$  un'ipersuperficie quartica "generale" di  $\mathbf{P}^d$ . Allora,  $X$  è unirazionale se  $d > 5$ .*

Poiché le curve piane e le superficie di  $\mathbf{P}^3$  di quarto grado non sono unirazionali, rimangono aperti soltanto i due casi  $d = 4, 5$ , cioè quelli delle ipersuperficie quartiche generali di dimensione 3, 4. Ciò vale ancora oggi, nonostante gli enormi progressi fatti dalla Geometria Algebrica in termini di metodologia e di tecniche dimostrative. Notiamo in particolare che, nel caso  $d = 4$ , cioè quando  $X$  è il cosiddetto *quartic threefold*, Iskovskikh–Manin hanno dimostrato nel 1971 ([10]) che non è razionale. D'altro lato, se ancora non sappiamo se il *quartic threefold* generale sia unirazionale oppure no (ed è questo forse il problema aperto più importante nell'ambito di queste problematiche), B. Segre (1960, [27]), Predonzan (1960, [24]) e Marchisio (2000, ([13])) hanno costruito esempi di quartic threefolds non-singolari "speciali" che sono unirazionali e che costituiscono quindi ulteriori controesempi al Problema di Lüroth in dimensione 3. Nel caso  $d = 5$  Marchisio (2003, [14]) ha dimostrato che è unirazionale ogni ipersuperficie quartica di  $\mathbf{P}^5$  che contiene un 2-piano o una superficie razionale di Hirzebruch  $\mathbf{F}_n$ . È questo uno dei pochissimi risultati di unirazionalità noti per le quartiche di dimensione 4. Il caso delle ipersuperficie quintiche era stato trattato da Morin nel 1938 riuscendo a far scendere il valore di  $\rho(5)$  a 17. Più precisamente:

TEOREMA 4 ([17]) *Sia  $X$  un'ipersuperficie quintica "generale" di  $\mathbf{P}^d$ . Allora,  $X$  è unirazionale se  $d > 17$ .*

Nel 2007 Conte – Marchisio – Murre si accorsero che il risultato di Morin poteva essere generalizzato nel modo seguente:

TEOREMA 5 ([7]) *Sia  $X$  un'ipersuperficie quintica di  $\mathbf{P}^d$  definita sopra un campo  $k$  di caratteristica 0 e contenente uno spazio lineare  $\Sigma$  di dimensione 3 definito anch'esso su  $k$ . Si assuma inoltre che  $X$  sia altrimenti "generale". Allora  $X$  è unirazionale se  $d \geq 7$ .*

Da esso il Teorema 4 segue immediatamente perché, se  $d > 17$ , l'ipersuperficie quintica "generale" contiene sempre un spazio lineare 3-dimensionale (per il risultato del 1936 dello stesso Morin citato sopra). Nella dimostrazione di entrambi i teoremi gioca un ruolo essenziale il risultato di Enriques sopra citato sull'unirazionalità del complesso cubico. Già Morin, però, aveva notato, con stupefacente acume per quell'epoca, che non è sufficiente, ai fini della dimostrazione, che il complesso cubico utilizzato sia unirazionale, ma occorre

che lo sia sopra un'estensione semplice del corpo  $k$ . La formulazione esatta del risultato, già presente implicitamente nel lavoro di Morin, è la seguente:

TEOREMA 6 ([6]) *Sia in  $W = Q \cap C$  l'intersezione di una quadrica e di una cubica di  $\mathbf{P}^5$  contenente un 2-piano  $\Delta$ , ma altrimenti "generale". Se  $Q, C$  e  $\Delta$  sono definiti sopra un campo  $K$ , allora  $W$  è unirazionale su  $K$ .*

Ricordiamo infine due ultimi lavori del Nostro che, anche se non hanno portato a risultati conclusivi, costituiscono comunque un'ulteriore conferma della genialità e della profondità delle sue vedute geometriche. Il primo, del 1940, è dedicato a un tentativo di provare la razionalità dell'ipersuperficie cubica "generale" di  $\mathbf{P}^5$  (il *cubic fourfold*) ([18]), mentre il secondo, del 1955, cerca di rispondere alla domanda se tutti i cosiddetti fibrati in coniche siano unirazionali ([21]). Si tratta di due questioni d'importanza fondamentale che sono tuttora aperte e per risolvere le quali varrebbe sicuramente la pena di analizzare a fondo gli spunti e i suggerimenti formulati da Morin.

Da quanto abbiamo sopra esposto appare evidente l'importanza delle ricerche di Ugo Morin nell'ambito dei problemi sull'unirazionalità delle varietà algebriche, basate su una profonda conoscenza del comportamento delle varietà proiettive, e in particolare delleipersuperficie, su una perfetta padronanza delle tecniche della Geometria Algebrica italiana classica e su una comprensione, in forte anticipo sui tempi, dell'importanza delle nozioni dell'Algebra moderna, soprattutto per quanto riguarda il delicato problema dell'individuazione dei campi di definizione delle varietà prese in esame. A queste si aggiungono la genialità nell'immaginare costruzioni geometriche spesso molto lontane dall'evidenza e una ferma determinazione nell'affrontare problemi difficili e poco conosciuti. La sua eredità scientifica non è, però, rinchiusa nelle pagine dei suoi lavori, risalenti ormai a un'epoca lontana, ma è più viva che mai perché continua a ispirare, e lo continuerà sicuramente a fare per molto tempo, le ricerche più recenti dedicate a questi difficili problemi.



Alberto Conte e Benedetto Scimemi.  
Benedetto è un riferimento culturale  
per tutti i matematici di Padova.



# Bibliografia

- [1] ARTIN, M. – MUMFORD, D., Some elementary examples of unirational varieties which are not rational, Proc. London Math. Soc. (3) 25, 75-95 (1972).
- [2] CILIBERTO, C., Osservazioni su alcuni classici teoremi di unirazionalità per ipersuperficie e complete intersezioni algebriche proiettive, Ricerche di. Mat. 29, 175 – 191 (1980).
- [3] CLEMENS, C. H. – GRIFFITHS, P. A., The intermediate Jacobian of the cubic threefold, Ann. of Math. (2) 95, 281 – 356 (1972).
- [4] CONTE, A. – MURRE, J. P., On a theorem of Morin on the unirationality of the quartic fivefold, Acc. Sci. Torino, Atti Sci. Fis. 132, 49 – 59 (1998).
- [5] CONTE, A. – MARCHISIO, M. – MURRE, J. P., On the unirationality of double covers of fixed degree and large dimension: a method of Ciliberto, Algebraic Geometry, A volume in memory of Paolo Francia (edited by M. Beltrametti, F. Catanese, C. Ciliberto, A. Lanteri and C. Pedrini), W. de Gruyter, 127 – 140 (2002).
- [6] CONTE, A. – MARCHISIO, M. – MURRE J. P., On the k-unirationality of the cubic complex, Atti Acc. Pelor. dei Pericolanti, Classe di Sci. Fis. Mat. e Nat. 85, 1 – 6 (2007).
- [7] CONTE, A. – MARCHISIO, M. – MURRE, J. P., On the unirationality of the quintic hypersurface containing a 3-dimensional linear space, Acc. Sci. Torino, Atti Sci. Fis. 141, 89-96 (2008).
- [8] ENRIQUES, F., Sopra una involuzione non razionale dello spazio, Rend. Acc. Lincei (5) 21, 81-83 (1912).

- [9] HARRIS, J. – MAZUR, B. – PANDHARIPANDE, R., Hypersurfaces of low degree, *Duke Math. J.* 95, 125 – 160 (1998).
- [10] ISKOVSKIKH, V. A. – MANIN, YU. I., Three dimensional quartics and counterexamples to the Lüroth problem, *Math USSR Sbornik* 15, 141 – 166 (1971).
- [11] LÜROTH, J., Beweis eines Satzes über rationale Curven, *Math. Annalen* 9, 163 – 165 (1876).
- [12] LANG, S., On quasi algebraic closure, *Ann. of Math.* (2) 55, 372 – 390 (1952).
- [13] MARCHISIO, M., Unirational quartic hypersurfaces, *Boll. UMI* (8) 3-B, 301 – 314 (2000).
- [14] MARCHISIO, M., The unirationality of some quartic fourfolds, *Acc. Sci. Torino, Atti Sci. Fis.* 136, 17-22 (2003).
- [15] MORIN, U., Sull'insieme degli spazi lineari contenuti in una ipersuperficie algebrica, *Rend. Acc. Lincei* (6) 24, 188 - 190 (1936).
- [16] MORIN, U., Sulla unirazionalità delle ipersuperficie algebriche del quarto ordine, *Rend. Acc. Lincei* (6) 24, 191 – 194 (1936).
- [17] MORIN, U., Sulla unirazionalità dell'ipersuperficie algebrica del quinto ordine, *Rend. Acc. Lincei* (6) 27, 330 – 332 (1938).
- [18] MORIN, U., Sulla razionalità dell'ipersuperficie cubica generale dello spazio lineare  $S_5$ , *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova* 11, 108 - 112 (1940).
- [19] MORIN U., Sull'unirazionalità dell'ipersuperficie algebrica di qualunque ordine e grado sufficientemente alto, *Atti II Congresso UMI Bologna 1940, Cremonese, Roma* (1942), 298 – 302.
- [20] MORIN, U., Sull'unirazionalità dell'ipersuperficie del quarto ordine dell' $S_6$ , *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova* 21, 406 – 409 (1952).
- [21] MORIN, U., Alcuni problemi di unirazionalità, *Rend. Sem. Mat. Univ. Pol. Torino* 14, 39 – 53 (1955).
- [22] PARANJAPE, K. – SRINIVAS, V., Unirationality of the general complete intersection of small multidegree, *Flips and Abundance for Algebraic Threefolds, Astérisque* 211, 241 – 247 (1992).

- [23] PREDONZAN, A., Sull'unirazionalità della varietà intersezione completa di più forme, *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova* 18, 161 – 176 (1949).
- [24] PREDONZAN, A., Sulle superficie monoidali del quarto ordine ad asintotiche separabili, *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova* 30, 215 – 231 (1960).
- [25] RAMERO, L., Effective estimates for unirationality, *Manuscripta Math.*, 68, 435 – 445 (1990).
- [26] SEGRE, B., Intorno ad alcune generalizzazioni di un teorema di Noether, *Rend. Mat. Univ. Roma* (5) 13, 75 – 84 (1954).
- [27] SEGRE, B., Variazione continua e omotopia in geometria algebrica, *Ann. Mat. Pura App.* 50, 149 – 186 (1960).



# Mario Baldassarri

Ugo Morin <sup>7</sup>

Mario Baldassarri nacque in Padova il 27 agosto 1920 e vi morì il 28 settembre 1964. A quasi tre anni di distanza permangono immutati il dolore e l'angoscia per la sua prematura scomparsa.

Laureatosi a Padova nel 1941 con Annibale Comessatti, dal cui prestigio era stato attratto alla geometria, all'indomani della Laurea dovette partire come ufficiale di artiglieria per l'Africa settentrionale, dove combattè valorosamente: fu ad El Alamein e ad El Hamma; fu fatto prigioniero in Tunisia nel 1943 ed internato in un campo degli Stati Uniti. I compagni di prigionia nel Texas ricordano la sua intensa attività culturale, le divulgazioni dei libri che leggeva, le lezioni di matematica, le brillanti conversazioni. Queste sue naturali qualità si svilupparono poi ulteriormente rendendo sempre più preziosa la sua opera.

Nel 1946 poté ritornare fra noi. Rifiutò una immediata nomina ad assistente di ruolo a Trieste per non allontanarsi dalla sua Padova. Malgrado fosse costretto a limitare il tempo dedicato alla ricerca scientifica per provvedere ai bisogni della famiglia, riuscì ad ottenere la libera docenza nel 1951 e a vincere il successivo concorso alla cattedra di Geometria nel 1953. Primo ternato, venne chiamato dapprima a Catania, poi a Ferrara. Nel 1955 fu possibile chiamarlo a Padova, appagando così anche il suo vivo desiderio di far parte della nostra Università.

Era Socio corrispondente dell'Accademia Patavina di SS. LL. AA. dell'Istituto Veneto di SS. LL. AA.

Si era sposato nel 1948 con Santuzza Ghezzi: allora erano entrambi assistenti alla cattedra di Geometria. Attualmente la prof.ssa Baldassarri svolge

---

<sup>7</sup>Commemorazione tenuta il 9 maggio 1967 nell'Aula E del Palazzo del Bo dell'Università degli Studi di Padova.

una preziosa attività presso il nostro Seminario matematico e accompagna i due bravissimi figlioli verso un avvenire che si presenta pieno di grandi promesse.

Con la venuta definitiva a Padova, Mario Baldassarri poté dedicarsi ad una intensa attività che, oltre all'insegnamento impartito con brillante competenza, comprendeva la direzione del nostro Seminario matematico dal 1957, la direzione del Centro di Matematica applicata, fondato per sua iniziativa nel 1961, la direzione di gruppi di ricerca del C.N.R., l'organizzazione di convegni, di seminari, nel corso dei quali iniziava gli allievi ai più avanzati campi di studio e di applicazione della matematica, di corsi di aggiornamento per professori di Scuole secondarie. Anzi ogni riunione fra amici, ogni pranzo, ogni escursione, diveniva con la presenza di Baldassarri un simposio da Lui diretto.

Nell'autunno del 1962 un virus minò la sua salute e ne attaccò il cuore. Sapiienti ed amorevoli cure lo aiutarono a superare diverse crisi e nell'estate del '63 sembrò avviato verso un durevole miglioramento, che ci fece sperare in una completa guarigione.

Potè iniziare i corsi di lezione e rituffarsi in una attività ahimè forse troppo intensa. Fra l'altro affidò a tre collaboratori, dopo aver dato le direttive generali, la stesura di un trattato sui "Metodi della Geometria algebrica astratta", e poté scrivere, con l'aiuto di altri collaboratori, il corso di lezioni di Analisi matematica e quello di Geometria per allievi ingegneri in sei volumi per complessive 2562 pagine.

Nel settembre del 1964 partecipò a Bressanone ad un Corso sui "Controlli automatici".

Poi improvvisamente il virus ritornò all'attacco e Mario non fu più tra noi. È difficile abituarsi all'idea che Egli così forte in tutto e così battagliero abbia potuto morire! E qualunque riflessione porta a rendersi conto di quanto grave perdita sia stata la sua scomparsa: basta pensare all'enorme patrimonio di cultura che, in così pochi anni, per le sue eccezionali capacità di sintesi, aveva saputo dominare ed elaborare.

\* \* \*

Passiamo ora ad una analisi succinta delle 32 pubblicazioni di Baldassarri.

Le prime 14 dell'annessa bibliografia, quelle con cui vinse la Cattedra, trattano argomenti di Geometria algebrica classica. Alcune di esse sono già sviluppate con metodi di algebra astratta, che aveva potuto apprendere fin da studente. In esse si risolvono importanti e complessi problemi, esattamente posti e di chiaro significato geometrico ed algebrico.

Nella Nota [1], allo scopo di fornire una premessa rigorosa al calcolo numerativo di Schubert-Severi per le condizioni imposte alle coniche complete

del piano, si approfondisce l'analisi della base minima per le condizioni doppie e triple, che, mentre per le condizioni semplici e quaduple era esaurita dalle ricerche di Severi e Van der Waerden, in tali casi non era stata approfondita. Van der Waerden scrisse a Baldassarri una lettera di congratulazioni per essere riuscito a completare la teoria in questione.

Riallacciandosi ad una mia ricerca intorno all'esistenza di curve unisecanti curve razionali di particolari congruenze, collegata con questioni di razionalità, che aveva già dato luogo a pubblicazioni di *Comessatti e Conforto*, Baldassarri nella Nota [2] considera il problema più generale dell'esistenza di una varietà unisecante le varietà di un sistema algebrico infinito contenuto in una varietà ambiente. Trasportandolo nel suo ambito naturale, quello dei corpi di funzioni algebriche, e facendo intervenire simultaneamente considerazioni geometriche e di algebra moderna, trova una condizione non solo sufficiente per l'esistenza della unisecante, ma anche, per la prima volta in problemi di questo tipo, necessaria: ciò ove sia soddisfatta una ben precisata condizione di "generalità". L'interpretazione geometrica di questa condizione è suscettibile di interessanti sviluppi. I risultati ottenuti in questa Nota hanno trovato diverse applicazioni.

Nella Nota [9], collegata alla [2], considerato sopra una varietà algebrica ad  $r + 1$  dimensioni un sistema  $\infty^1$  di  $V_r$ , le quali abbiano una  $V_{r-1}$   $s$ -pla, si ottiene per l'esistenza dell'unisecante una condizione molto meno restrittiva di quella della Nota precedente. I risultati delle due Note vengono applicati alla semplificazione della classificazione di *Enriques* delle  $V_3$  con un fascio lineare di superficie razionali.

Da tempo era noto che una superficie algebrica *pluririgata*, cioè tale che per un suo punto generico passi più di una retta della superficie stessa, è una quadrica; nessuno era però riuscito a classificare le analoghe varietà a più dimensioni. Nella Nota [3] e nella rispettiva aggiunta [4], vengono ora determinate le varietà algebriche pluririgate a tre dimensioni  $V_3$ . Risulta che queste varietà contengono un fascio di quadriche oppure sono le varietà a curve-sezioni ellittiche d'ordine  $n \leq 7$ , esclusa quella del sesto ordine dell' $S_6$ , con una retta doppia. La difficile ricerca è condotta nell'ipotesi che la  $V_3$  sia dotata di singolarità ordinarie.

*Enriques* aveva dimostrato che una  $V_3$ , con un sistema  $\infty^3$  lineare di superficie razionali è razionale. Nella nota [5], con metodi più penetranti, vengono classificate le  $V_3$ , con un sistema lineare  $\infty^3$  di superficie razionali ed inoltre i sistemi lineari  $\infty^3$  di superficie razionali dell' $S_3$ .

Baldassarri, avendo intuito che diverse proprietà delle superficie algebriche dipendono da relazioni più elementari della aggiunta, nella Nota [7] introduce per una superficie razionale  $F^n$  il concetto di *scomposizione razionale* del sistema  $|C|$  delle sue sezioni iperpiane e definisce il suo "residuo". Dimostra

che tutte le  $F^n$  dell'  $S_{n-p+1}$  ( $p$  genere delle  $C$ ), con  $n > 2p$ , sono superficie con residuo di un determinato genere. Nella Nota [6] verifica che ogni superficie non rigata dell'ordine  $2n + 2$ , appartenente ad un  $S_{n+4}$  ( $n > 1$ ) e a residuo di genere 0, può riguardarsi come l'immagine delle coppie di punti corrispondenti in una corrispondenza cremoniana  $T_n$ , di ordine  $n$  tra due piani. La loro semplice genesi proiettiva porta ad una rappresentazione analitica delle  $T_n$ . Nella Nota [8] viene studiata, mediante i criteri della [7], una notevole classe particolare di superfici razionali ed i rispettivi sistemi lineari rappresentativi.

Nella Nota [11], dando la massima generalizzazione ad una mia particolare ricerca, Baldassarri risolve i problemi fondamentali sui sistemi di spazi totali di un sistema lineare od algebrico di spazi subordinati di un  $S_r$ , quali la determinazione della dimensione e delle proprietà proiettive del loro sistema. I risultati geometrici ottenuti esprimono interessanti proprietà di matrici.

Partendo dalla definizione di *B. Segre* di involuzione di dimensione  $d$  ed ordine  $n$  di un  $S_h$ , nella Nota [10] si verifica che la proiezione di un'involuzione, fatta con ben precisate limitazioni, sopra uno spazio di dimensione inferiore, è ancora una involuzione (salvo una certa eccezione). Da ciò segue anche una rappresentazione analitica delle involuzioni di carattere monoidale.

Introdotta la nozione di spazio "normale" per un'involuzione, nella Nota [12] si dà una condizione affinché un'involuzione riesca normale in un piano. Nella [14] si dimostra che un sistema irriducibile  $K$ , di indice due, di curve razionali contenute in una varietà algebrica  $V_3$  è rappresentabile da una superficie rigata, che è razionale se  $K$  non è composto con un fascio irrazionale di superficie. Da ciò e dai risultati della [12] segue l'unirazionalità della  $V_3$  in questione. Altri due teoremi si occupano di notevoli modelli proiettivi di cui sono suscettibili siffatte  $V_3$ .

La Nota [13] contiene diversi risultati fondamentali. In essa si dimostra l'esistenza di involuzioni  $\infty^3$  "normali" nel piano. Segue poi che una involuzione  $\infty^3$  di coppie di punti dell'  $S_3$ , è rappresentabile dall'intersezione, con un'iperquadrica, dell'ipersuperficie cubica della  $V_5$  associata alla superficie di *Veronese*. Questo teorema apre una via per la classificazione delle involuzioni ordinarie dell'  $S_3$ .

\* \* \*

Alla stesura della monografia "*Algebraic Varieties*", della collana "*Ergebnisse der Mathematik*", Baldassarri dedicò il primo biennio di straordinario. Egli dapprima approfondì la conoscenza di 54 trattati, monografie, relazioni e di 372 note sulle proprietà generali delle varietà algebriche, analizzando i risultati

conseguiti in questo campo a partire da quelli fondamentali di *Castelnuovo-Enriques* del 1906 e di *Severi* del 1909 sino a quelli ottenuti più recentemente utilizzando i progressi della topologia, delle teorie della valutazione, degli integrali armonici, degli spazi fibrati, dei fasci. Ricostruiti nella monografia i fondamenti stessi della Geometria algebrica con i metodi dell'algebra astratta, Egli rielaborò tutte queste teorie coordinandone i risultati in una mirabile sintesi, e per la profonda conoscenza che ne aveva, poté mettere in evidenza l'importanza dei risultati conseguiti dalla Scuola geometrica italiana. Riporto qui alcuni passi di una lettera scrittagli, dopo la pubblicazione del volume, da *A. Weil*, uno dei principali esponenti della geometria algebrica moderna: "Je tiens à vous féliciter vivement pour la remarquable synthèse que vous me paraissez avoir réalisée, entre les points de vue classiques et les points de vue les plus modernes, et pour la quantité d'informations utiles que vous avez réussi à réunir dans l'espace assez court où vous étiez obligé de concentrer votre exposé. D'après ce que j'en ai vu, je suis persuadé que cet ouvrage est destiné à rendre les plus grands services à tous ceux qui s'intéressent à la géométrie algébrique, et particulièrement aux jeunes qui désirent s'y initier, et j'aurai plaisir à le recommander à mes amis, collègues et étudiants".

Impossessatosi dei nuovi metodi astratti, Baldassarri ritenne suo dovere divulgarli su scala nazionale. Ne fanno testo la conferenza di "*Geometria Algebrica e Topologia*" tenuta al VI Congresso dell'U.M.I. (1959), quella su "*La nozione di varietà algebrica*" tenuta nel Seminario Matematico dell'Università di Torino (1960), le tre su "*Gli elementi della nozione di fascio*" tenute al Seminario Matematico dell'Università di Bari (1961).

Egli raggiunse una piena padronanza della teoria dei fasci e con la sua forte intuizione ne scoprì notevoli proprietà, comunicate in una conferenza al "Convegno internazionale di geometria algebrica" tenuta a Torino nel 1961 e condensate in 10 teoremi pubblicati in una Nota dei rispettivi Atti. Come d'uso nelle comunicazioni di congresso le dimostrazioni sono soltanto accennate.

Vogliamo soffermarci brevemente sull'importanza anche nell'ambito classico, di questi teoremi:

Baldassarri prima intuì e poi dimostrò per le varietà algebriche irriducibili localmente normali la "*proprietà di estensione*", cioè che ogni funzione razionale che risulti regolare fuori da un chiuso di codimensione  $> 1$  della varietà risulta necessariamente ovunque regolare. Nel caso delle varietà algebriche affini ciò equivale addirittura al fatto che tali funzioni razionali sono intere.

Detta proprietà è di notevole importanza in quanto molti enti che vengono considerati nello studio di una varietà algebrica si esprimono mediante  $s$ -ple di funzioni razionali sulla varietà e quindi ad essi è applicabile la proprietà in questione.

Per far un esempio, un omomorfismo fra  $R$ -moduli di tipo finito ( $R$  essendo l'anello delle coordinate di una varietà affine) è rappresentabile con una matrice di funzioni razionali.

Un'altra notevole proprietà è il seguente rafforzamento di un risultato dovuto a *Cartier*:

*Cartier* aveva provato che un fascio algebrico coerente definito sopra una varietà algebrica irriducibile risulta localmente libero fuori da un chiuso proprio; Baldassarri provò che il fascio in questione è ivi addirittura libero e, se la varietà è normale ed il fascio è privo di torsione, esso risulta localmente libero fuori da un chiuso di codimensione maggiore di 1.

Si può intuire l'importanza di questo risultato con riferimento alle applicazioni della precedente proprietà di estensione, nel cui enunciato è proprio *essenziale* la dimensione di una certa porzione chiusa della varietà.

Recentemente è uscita nei nostri "Rendiconti" una Nota di *Santuzza Baldassarri, Margaglio e Millevoi* in cui si completano e si dimostrano gli anzidetti 10 teoremi. Questi tre allievi di Baldassarri continuano con successo la ricerca in questo importante settore.

Vogliamo nominare anche la memoria sulle "*Varietà abeliane e pseudo-abeliane*", in cui sono introdotti dei metodi che furono riconosciuti molto interessanti da *Y. A. Todd*, anche se il risultato non è corretto.

Nell'agosto del 1960 il nostro Seminario Matematico, in collaborazione con il C.D.N.L., tenne a Bressanone un corso di aggiornamento per professori liceali. Esso fu un corso di rottura rispetto ad una situazione statica e precedette di poco l'analogo convegno di Dubrovnik organizzato dall'O.E.C.E. Baldassarri espose i fondamenti de "Le strutture algebriche", con i rispettivi riflessi nell'insegnamento. Nell'inverno successivo presiedette una Commissione, nominata dal predetto Centro, che elaborò un progetto di nuovi programmi di matematica per i Licei (cfr. "I Licei e i loro problemi"; C.D.N.L., Padova 1961). Riportiamo alcune osservazioni del Baldassarri stesso:

"Appare chiaro ai ricercatori contemporanei che solo una rigorosa ricerca di unità e di concisione nell'esposizione delle matematiche, come può essere offerta dall'algebra moderna, sorta di nuovo e potente linguaggio che non ha tardato a penetrare perfino nelle attività umane pratiche, possa permettere di restare al livello di una massa imponente di scoperte che di continuo arricchiscono la matematica.

Ciò ha determinato una grave frattura fra Licei e Università: da un canto si continua ad affaticare la mente degli studenti con un complesso di tecniche di calcolo superate ed ormai sterili, dall'altro si procede ad uno studio che risulta strano e male accetto perchè privo della consuetudine al punto di vista che lo

ispira. Ne risulta spesso che si formano dei tecnici e degli studiosi che quasi ignorano i vecchi e i nuovi metodi insieme.

Poichè d'altronde la scienza non può certo ritornare indietro, è indispensabile ed urgente che avanzi di tono e di gusto l'insegnamento, naturalmente con tutte le cautele e con quei particolari profili che sembrano più opportuni in ogni singolo paese".

Nei successivi cinque convegni di professori universitari e liceali dedicati a nuove proposte di programmi (Gardone, Camaiole, Frascati, Camaiole, Frascati) si fece sempre riferimento al "programma di Baldassarri", conservandone, tra l'altro, parti essenziali delle "premesse" e la conclusione degli studi mediante argomenti opzionali più elevati.

Alcune pubblicazioni testimoniano della sua successiva attività dedicata all'aggiornamento dei professori. Notevoli le [20], [27] ove magistralmente sintetizza i concetti di teoria degli insiemi e di algebra che stanno alla base della matematica della scuola secondaria.

Quando nella primavera del 1964, dopo un anno di forzata assenza, si presentò al Corso per le classi pilota e fu accolto da un lungo e caloroso applauso, rimase profondamente commosso.

\* \* \*

A partire dal 1960 Egli si dedicò con entusiasmo allo studio delle possibili applicazioni della matematica alla tecnica, all'economia, alla sociologia. Su questi argomenti tenne anche diversi cicli di conferenze. Ecco i titoli di quelle che furono pubblicate:

*Sull'impostazione topologica di un problema di equilibrio economico (1960). La programmazione lineare (1961). Matematica e problemi di trasporto nella ricerca operativa (1963). Matematica e sociologia (1964). Introduzione alla teoria della ottimizzazione (1964).*

Come risulta da questi scritti, Baldassarri non soltanto aveva compiutamente assimilato i diversi metodi della matematica applicata, ma li aveva anche criticamente rielaborati, rendendoli più semplici e rigorosi con l'uso di tecniche algebriche, topologiche e probabilistiche appropriate, talvolta chiarendo il significato stesso dei problemi suscettibili di applicazioni matematiche.

*M. Volpato*, in un suo scritto "Sulla simulazione col metodo Montecarlo" [Calcolo, t. 3, suppl. n. 2, 1966] ricorda ad esempio la suggestiva ed originale esposizione del "Metodo Montecarlo", fatta dal Baldassarri in una conferenza tenuta al convegno di Bressanone del 1962 e purtroppo non pubblicata.

Baldassarri era convinto che, sebbene l'epoca del calcolo infinitesimale come strumento per lo studio di un fenomeno reale sia tutt'altro che finita, sia

anche incominciata un'epoca di teorie matematiche e metodi di calcolo, tali da permettere l'impostazione e la risoluzione di problemi non affrontabili con i metodi tradizionali. A questo proposito, ed a conclusione di questa mia purtroppo insufficiente commemorazione, riporto alcune parole del Baldassarri stesso, dette alla fine di una sua conferenza e che vanno interpretate in un più generale contesto:

“Noi speriamo che questa esposizione di alcuni punti, ben noti agli specialisti di economia matematica, di un concreto intervento della topologia in economia possa far desiderare a qualche ascoltatore di avviarsi a questo suggestivo ordine di studi, del quale si può dire che per ora è ai primordi e che più di altro fa intravedere degli squarci promettenti, ma ben lungi dal costituire ancora un corpo organico di conoscenze. Qui i giovani matematici possono trovare interessanti fonti di ispirazione ed applicazione, ed i giovani economisti il più serio ed auspicabile linguaggio per la loro scienza”.

Questa “nuova epoca” dovrà dunque influenzare sempre più non solo la matematica ma anche le scienze, la tecnica, l'economia, la sociologia: insomma l'operosità umana.

E Mario Baldassarri ne sarà stato un illuminato pioniere!



Mario Baldassarri



# Bibliografia

- [1] Sulle caratteristiche per le condizioni doppie e triple delle coniche, “Rend. Sem. Mat. Università di Padova” XVIII, 1949.
- [2] Su un criterio di riduzione per un sistema algebrico di varietà, “Rend. Sem. Mat. Università di Padova”, t. XIX, 1950.
- [3] Le varietà pluririgate a tre dimensioni, “Rend. Sem. Mat. Università di Padova”, t. XIX, 1950.
- [4] Aggiunta alla Nota: Le varietà pluririgate a tre dimensioni, “Rend. Sem. Mat. Università di Padova”, t. XIX, 1950.
- [5] Su una classe di superficie-modello di una trasformazione birazionale fra due piani, “Ann. Mat.”, S. IV. t. XXXI, 1950.
- [6] Sulle  $V_3$  contenenti un sistema lineare triplamente infinito di superficie razionali, “Rend. Sem. Mat. Università di Padova”, t. XX, 1951.
- [7] Ricerche su certe classi di superficie d'ordine  $n$  dello  $S_{n-p+1}$  “Rend. Sem. Mat. Università di Padova”, t. XX, 1951.
- [8] Su alcune proprietà proiettive delle superficie d'ordine  $2p + 1$  dello  $S_{p+2}$  non rigate, “Rend. Sem. Mat. Università di Padova”, t. XX, 1951.
- [9] Una condizione per l'esistenza di unisecanti, “Rend. Acc. Naz. Lincei”, S. VIII, t. XII, 1952.
- [10] Le involuzioni  $\infty^d$  dello  $S_n$  e le loro proiezioni, “Rend. Acc. Naz. Lincei”, S. VIII. t. XII. 1952.
- [11] I sistemi algebrici di spazi e l'insieme dei loro spazi totali, “Rend. Sem. Mat. Università di Padova”, t. XXI, 1952.

- [12] Sugli insiemi di gruppi di punti generati da serie razionali, "Rend. Sem. Mat. Università di Padova", t. XXI, 1952.
- [13] Le  $I_{n,2}^3$  ed una classe di varietà rappresentative, "Ann. Università di Ferrara", Sez. VII, t. I, n. 15, 1952.
- [14] Osservazioni sulle  $V_3$ , con un sistema d'indice due di curve razionali, CEDAM, Padova, 1952.
- [15] Algebraic varieties. Ergebnisse der Mathematik, Springer, Berlin 1956.
- [16] Una caratterizzazione delle varietà abeliane e pseudo-abeliane, "Ann. Mat.", S. IV. t. XLII, 1956.
- [17] Guida allo studio della Geometria analitica, t. I (pp. 485), t. II (pp. 419), CEDAM, Padova 1957, 1958.
- [18] Geometria algebrica e topologia, "Atti del VI Congresso U.M.I.", 1959.
- [19] La nozione di varietà algebrica, "Rend. Sem. Mat. di Torino", t. XIX, 1960.
- [20] Le strutture algebriche, "I Licei e i loro problemi", t. III, 1960.
- [21] Topologia algebrica. Appendice III, Enciclopedia Treccani, 1960.
- [22] Sulla impostazione topologica di un problema di equilibrio economico, "Ricerche economiche", Ca Foscari, Venezia 1960.
- [23] Gli elementi della nozione di fascio, "Conferenze Sem. Mat. Università di Bari", nn. 65-66-67, 1961.
- [24] Osservazioni sulla struttura dei fasci lisci, "Atti Convegno internazionale Geom. Alg.", Torino, 1961.
- [25] La programmazione lineare, "Matematica ed Economia", Centro di Mat. Appl. Università di Padova, 1962.
- [26] La nozione d'"insieme" nella Scuola Media, "Cultura e Scuola", n. 2, 1962.
- [27] Le nozioni generali dell'algebra astratta. Ministero Pubblica Istr. - O.C.S.E, 1963. Ristampato in Matematica moderna nelle Scuole secondarie superiori, Pàtron, Bologna, 1966.
- [28] Matematica e problemi di trasporto nella ricerca operativa, "Trasporti industriali", n. 50, 1963.

- [29] Letture di analisi, t. I, pp. 433; t. II, pp. 463; t. III, pp. 433, Padova, 1964.
- [30] Letture di algebra e geometria, t. I, pp. 406; t. II, pp. 403; t. III, pp. 424, Padova, 1964.
- [31] Matematica e sociologia, "Ist. Univ. Scienze sociali", quaderno n. 3, Trento, 1964.
- [32] Introduzione alla teoria della ottimizzazione, "Centro di Mat. Appl. Università di Padova", pp. 95, 1964.



# Il lavoro di Mario Baldassarri sulle varietà pseudo-Abeliane

Fabrizio Catanese <sup>8</sup>

Il lavoro di Mario Baldassarri [Bald56] è dedicato alle varietà non singolari  $X$  che hanno tutti i primi  $h$  sistemi canonici  $K_1(X), \dots, K_h(X)$  di ordine zero.

Discuterò piú in dettaglio la problematica di Baldassarri in un lavoro scientifico che sto redigendo, ma devo dire che questa problematica mi ha subito affascinato, anche perché si è collegata con ricerche avvincenti che ho condotto negli ultimi venti anni.

In questa sede voglio invece dedicarmi all'aspetto storico del sopra citato articolo, pubblicato in un decennio di rivoluzionarie scoperte nell'ambito della geometria algebrica, dovute a matematici di singolare profondità e potenza matematica come Kodaira, Chern, Cartan, Hirzebruch ed altri.

I sistemi canonici di una varietà, definiti in modo geometrico e non del tutto semplice ad opera di Todd, Eger e poi Beniamino Segre [Seg52], [Seg54] dopo delle proposte fatte da Severi, sono stati nel 1955 mostrati da Nakano [Nak55] essere equivalenti alle cosiddette classi di Chern del fibrato cotangente: piú precisamente, alla classe  $K_h(X)$  corrisponde, a meno di segno, la classe di Chern  $c_{n-h}(X)$ , dove  $n$  è la dimensione della varietà  $X$ .

Per essere quindi piú comprensibili oggidí conviene dunque parlare delle classi di Chern, che vengono del resto menzionate nel sopra citato lavoro di M. Baldassarri, che inizia appunto menzionando un problema posto da Severi,

---

<sup>8</sup>Mathematisches Institut der Universität Bayreuth, NW II, Universitätsstr. 30, 95447 Bayreuth

cioè di caratterizzare le varietà Abelianie (i tori complessi proiettivi) come le varietà che hanno tutte le classi di Chern uguali a zero.

Già il problema posto da Severi ha risposta negativa, anche se si fa l'ipotesi che le classi di Chern siano uguali a zero in coomologia intera:  $c_i(X) = 0 \in H^{2i}(X, \mathbb{Z})$ , ed un contreesempio è fornito dalle superficie iperellittiche (la cui prima classe di Chern è però non nulla in  $Pic(X)$ ).

Il problema di Baldassarri riguarda invece l'ipotesi di annullamento di alcune classi di Chern in coomologia razionale ( $c_i(X) = 0 \in H^{2i}(X, \mathbb{Q})$  per  $i \geq k + 1$ ). Il suo lavoro fu recensito da Todd, il quale trovò un teorema sbagliato, a cui dette un contreesempio (lo scoppiamento di  $\mathbb{P}^3$  con centro una curva liscia di genere 3 ha  $c_3 = 0$ ) che però si limitava ad indicare la necessità di un'ipotesi di minimalità della varietà  $X$ . Questa ipotesi non ha senso in dimensione 1, è già necessaria in dimensione 2, ed in dimensione  $n \geq 2$  è centrale nella teoria della classificazione delle varietà algebriche.

Sfortunatamente, al di là delle ipotesi tecniche, l'asserto fondamentale del lavoro è sbagliato. In realtà il problema centrale è che Mario Baldassarri ha cercato di generalizzare teoremi sbagliati di altri matematici, con un fenomeno non atipico di propagazione dell'errore, da Enriques a Dantoni a Roth.

Prima di entrare nel dettaglio, vorrei mettere in evidenza due cose importantissime:

1. il problema della caratterizzazione delle varietà con tutte le classi di Chern nulle in coomologia razionale è stato risolto solo nel 1978, in conseguenza al celebrato teorema che ha valso a Yau la medaglia Fields nel 1983: l'esistenza di metriche di Kähler-Einstein su varietà con prima classe di Chern razionale nulla;
2. il problema più generale affrontato da Baldassarri è ancora a mio avviso aperto e mi ha ispirato delle questioni molto interessanti, poste sostituendo la nozione di Varietà Pseudo-Abeliana introdotta da Leonard Roth con una altra nozione che introduco nel citato lavoro: quello di Varietà isogene ad un prodotto con un toro.

Riguardo al punto (1), le varietà Kähleriane compatte (cKM) con tutte le classi di Chern nulle in coomologia razionale sono le varietà iperellittiche, i quozienti di un toro complesso per l'azione libera di un gruppo finito  $G$ .

Le varietà iperellittiche nella definizione della scuola Francese di Appell, Humbert, Picard, Poincaré sono invece le varietà con rivestimento universale

uguale a  $\mathbb{C}^n$ , e la congettura di Iitaka è che le due definizioni siano equivalenti per la classe delle varietà Kähleriane compatte.

La congettura di Iitaka è stata motivata dai famosi risultati del 1907-1908 di Enriques-Severi e Bagnera-De Franchis che hanno mostrato la validità del risultato in dimensione due.

In realtà, riguardo alla caratterizzazione (1), basta la condizione di annullamento delle prime due classi di Chern in coomologia razionale: una volta che si sa che esiste una metrica di Kähler-Einstein, segue da un lavoro [Ap55] di Apte negli anni '50 che la varietà è piatta (un ottimo riferimento è il libro di Kobayashi [Kob87]).

Del tutto notevole è il fatto che il risultato richiede dei metodi trascendenti che provengono dal campo della geometria differenziale, e dalla teoria delle equazioni alle derivate parziali. Partendo da questo risultato, la soluzione del problema di Severi richiede poi metodi della topologia algebrica, teoria dei fibrati e coomologia di gruppo.

Storicamente interessante è come molti grandi matematici Italiani degli anni '50 (penso in primis all'amico e maestro Aldo Andreotti) si sono trovati in una situazione molto difficile: da una parte essi capivano che la matematica buona del futuro aveva bisogno di altri e nuovi metodi (come già Castelnuovo aveva previsto già dopo la grande guerra), non solo dei tradizionali metodi sintetici della geometria algebrica Italiana; dall'altra parte essi dovevano basarsi (per esempio per andare in cattedra) su vecchi teoremi che andavano dati per scontati quando in realtà avrebbero meritato nel futuro un'attenta disamina critica, che qualche volta li avrebbe rivelati erronei.

Arriviamo al punto: il lavoro scientifico di Baldassarri e Roth è ispirato ad un lavoro di Dantoni [Dant43], che studia le superficie minimali per cui  $c_2(X) = 0$ . Dantoni usa la teoria della classificazione delle varietà algebriche, ed in particolare un lavoro di Enriques del 1905 [Enr05-2], in cui sostiene che le soluzioni non rigate siano le superficie iperellittiche, e le superficie che chiama ellittiche. Ma le superficie "ellittiche" di Enriques non sono le superficie ellittiche di oggi, nella notazione introdotta da Kodaira; infatti oggi una superficie si chiama ellittica se ammette una fibrazione con fibre curve ellittiche, mentre per Enriques si tratta di superficie che ammettono un'azione di una curva ellittica fissa, con orbite di dimensione 1.

Enriques e Dantoni non vedono che ci sono anche i quozienti  $X = (E \times C)/G$  dove l'azione del gruppo  $G$  è libera, di tipo prodotto, e  $G$  agisce sulla curva ellittica  $E$  ma non per traslazioni, e inoltre  $C$  è una curva di genere maggiore o uguale a 2, tale che il quoziente  $C/G$  sia uguale ad una curva ellittica (vedi ad esempio [CatLi19]). In questo caso, infatti, il gruppo di automorfismi di  $X$  ha dimensione zero.

Questo risultato ispirò poi Roth a definire le varietà Pseudo-Abeliane come le varietà che ammettono un'azione di un toro complesso di dimensione positiva  $k$  con orbite di dimensione  $k$ , e tali che  $k$  sia massimale con tale proprietà. Anche in un suo lavoro dedicato alle 3-Varietà Iperellittiche [Roth53], Roth non si rende conto che ci sono alcune di queste varietà che hanno un gruppo di automorfismi di dimensione zero, e crede che ci siano solo le varietà Pseudo-Abeliane con  $k \geq 1$ .

La conclusione che vorrei quindi fare è la seguente: il peccato originale è di considerare solo quozienti  $X = (T \times Y)/G$  dove  $T$  è un toro, e  $G$  agisce con azione prodotto, libera, e su  $T$  per traslazioni. Chiaramente in questo caso  $T$  agisce su  $X$ !

Però io posso considerare più in generale tali quozienti in cui si richiede solo una azione libera, e chiamerò questi quozienti varietà isogene ad un prodotto con un toro. Ottengo proprio degli esempi per la proprietà studiata da Baldassarri: le ultime  $k$  classi di Chern razionali sono uguali a zero, se  $k$  è la dimensione di  $T$ .

Il problema di decidere se questa nuova definizione possa portare ad una soluzione dell'ardua questione affrontata da Baldassarri sembrerebbe completamente fuori portata, se non fosse per la soluzione che arreca per la dimensione 2, per il caso  $k = n$  delle varietà iperellittiche, e per via di interessanti risultati di Hao-Schreieder pubblicati nel 2021 sulle 3-Varietà con  $c_1 c_2 = 0$  (che sembrano però essere un riflesso del caso di dimensione 2).

Certamente la questione di Baldassarri mi ha ispirato a considerare e porre altre nuove difficili questioni sulle varietà con numeri di Chern uguali a zero, o con le prime  $k$  classi di Chern intere uguali a zero.

Spero quindi di avere illustrato a sufficienza il grande respiro e la difficoltà delle questioni affrontate in [Bald56]. Spero che susciteranno un grosso interesse, e spero anche, ora che molte nuove e svariate tecniche sono disponibili, di vederne un giorno la soluzione.

# Bibliografia

- [Ap55] MADHUMALATI APTE: Sur certaines classes caractéristiques des variétés kählériennes compactes. C. R. Acad. Sci., Paris 240, 149–151 (1955).
- [BdF08] GIUSEPPE BAGNERA, MICHELE DE FRANCHIS: Le superficie algebriche le quali ammettono una rappresentazione parametrica mediante funzioni iperellittiche di due argomenti, Mem. di Mat. e di Fis. Soc. It. Sc. (3) 15, 253–343 (1908).
- [Bald56] MARIO BALDASSARRI: Una caratterizzazione delle varietà abeliane e pseudo-abeliane. Ann. Mat. Pura Appl. (4) 42 (1956), 227–252.
- [Bald56book] MARIO BALDASSARRI: Algebraic Varieties. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, vol.12, Springer Berlin (1956).
- [CastEn14] GUIDO CASTELNUOVO, FEDERIGO ENRIQUES: Die algebraischen Flächen vom Gesichtspunkte der birationalen Transformation aus. *Enz. d. Math. Wiss.* III C 6 b, 674–768 (Band III 2, Heft 6) (1915).
- [CC17] FABRIZIO CATANESE, PIETRO CORVAJA: Teichmüller spaces of generalized hyperelliptic manifolds. *Complex and symplectic geometry*, 39–49, Springer INdAM Ser., 21, Springer, Cham (2017).
- [CatLi19] FABRIZIO CATANESE, BINRU LI: Enriques’ classification in characteristic  $p > 0$  : the  $P_{12}$  -theorem. *Nagoya Math. J.* 235, 201–226 (2019).
- [Dant43] GIOVANNI DANTONI: Determinazione delle superficie con serie di Severi di ordine nullo o negativo. *Atti Accad. Italia, Mem., Cl. Sci. Fis. Mat. Nat.* 14, 39–49 (1943).

- [Enr05-1] FEDERIGO ENRIQUES *Sulle superficie algebriche che ammettono un gruppo continuo di trasformazioni birazionali in se stesse.* Palermo Rend. 20, 61–72 (1905).
- [Enr05-2] FEDERIGO ENRIQUES *Sulle superficie algebriche di genere geometrico zero.* Palermo Rend. 20, 1–33 (1905).
- [EnrSev09] FEDERIGO ENRIQUES, FRANCESCO SEVERI *Mémoire sur les surfaces hyperelliptiques.* Acta Math. 32 (1909), no. 1, 283–392, and Acta Math. 33 (1910), no. 1, 321–403.
- [HS21b] FENG HAO, STEFAN SCHREIEDER: *Equality in the Bogomolov-Miyaoka-Yau inequality in the non-general type case.* J. Reine Angew. Math. 775 (2021), 87–115.
- [Hir56] FRIEDRICH HIRZEBRUCH: *New topological methods in algebraic geometry.* (Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie.) Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 9. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer-Verlag. VIII, 165 S. (1956).
- [Kob87] SHOSHICHI KOBAYASHI: *Differential geometry of complex vector bundles.* Publications of the Mathematical Society of Japan, 15; Kano Memorial Lectures, 5. Princeton, NJ: Princeton University Press; Tokyo: Iwanami Shoten Publishers. xi, 304 p. (1987).
- [Kod53] KUNIHICO KODAIRA: *On a differential-geometric method in the theory of analytic stacks.* Proc. Natl. Acad. Sci. USA 39, 1268–1273 (1953).
- [Kod54a] KUNIHICO KODAIRA: *On Kähler varieties of restricted type. (An intrinsic characterization of algebraic varieties.)* Ann. Math. (2) 60, 28–48 (1954).
- [Kod54b] KUNIHICO KODAIRA: *Some results in the transcendental theory of algebraic varieties.* Ann. Math. (2) 59, 86–134 (1954).
- [Nak55] SHIGEO NAKANO *Tangential vector bundle and Todd canonical systems of an algebraic variety.* Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto, Ser. A 29, 145–149 (1955).
- [Roth53] LEONARD ROTH: *Hyperelliptic threefolds.* Proc. Camb. Philos. Soc. 49, 397–409 (1953).

- [Roth54] LEONARD ROTH: Pseudo-Abelian varieties. (English) Proc. Camb. Philos. Soc. 50, 360–371 (1954).
- [Roth55] LEONARD ROTH: Some properties of pseudo-Abelian varieties. Ann. Mat. Pura Appl., IV. Ser. 38, 281–302 (1955).
- [Roth56] LEONARD ROTH: Sistemi canonici ed anticanonici. Univ. Genova, Pubbl. Ist. Mat. 21, 118 p. (1956).
- [Seg52] BENIAMINO SEGRE: Variétés covariantes d’immersion et variétés canoniques sur une variété algébrique ou topologique. C. R. Acad. Sci., Paris 234, 1731–1733 (1952).
- [Seg54] BENIAMINO SEGRE: Dilatazioni e varietà canoniche sulle varietà algebriche. Ann. Mat. Pura Appl., IV. Ser. 37, 139–155 (1954).
- [Yau78] SHING-TUNG YAU: On the Ricci curvature of a compact Kähler manifold and the complex Monge-Ampère equation. I. Commun. Pure Appl. Math. 31, 339–411 (1978).



# Recensione del libro “Algebraic Varieties” di Mario Baldassarri

Ciro Ciliberto <sup>9</sup>

Il libro “Algebraic varieties” di Mario Baldassarri, del 1956, apparso nella serie “Ergebnisse der Mathematik” dedicato ad una accurata esposizione dello stato dell’arte in quel momento storico, della teoria generale delle varietà algebriche, sia su un campo qualunque, sia sul campo complesso. Il testo, in stile con altri volumi della stessa serie, ha principalmente carattere informativo, quindi in esso non si indugia sulle dimostrazione dei risultati (che, quando vi sono, sono molto sintetiche) su esempi specifici. In compenso il libro è molto accurato dal punto di vista bibliografico, e contiene delle interessantissime, anche se sintetiche, note storiche sui vari argomenti trattati.

Il libro parte con l’esposizione, coerentemente con l’approccio allora in voga delineato dagli apporti di Chevalley, Samuel, van der Waerden, Weil, Zariski, etc., dei concetti basilari e delle proprietà generali delle varietà algebriche definite su un campo qualunque, inclusi i risultati all’epoca noti (solo in dimensione minore o uguale a tre) sulla risoluzione delle singolarità. Vengono introdotti poi equivalenza lineare di divisori e sistemi lineari ed alcuni invarianti birazionali basilari, come i generi geometrico e aritmetico. Appare notevole che nella introduzione di questi ultimi, l’autore esponga vari approcci classici e moderni, provandone l’equivalenza. Si passa poi a introdurre la cosiddetta varietà di Chow e a dare la definizione di equivalenza algebrica e razionale di cicli su una varietà, un concetto avanzato e indispensabile per la trattazione,

---

<sup>9</sup>Università di Roma 3.

molto bella, delle classi caratteristiche, che vengono espone spiegando e confrontando i vari approcci di Todd, B. Segre e Chern. È molto interessante che, riferendosi al lavoro di Severi, Baldassarri enunci a pg. 82 quella che verrà poi conosciuta come congettura di Bloch. Nella stessa pagina vi è un cenno a quella che diverrà poi nota come congettura di Hodge. Un capitolo a parte è dedicato alle varietà abeliane, su un campo qualunque e sui complessi, con l'introduzione delle due varietà di Picard di una varietà (oggi note come varietà di Picard e varietà di Albanese) secondo i diversi approcci di Samuel-Néron e Matsusaka (quest'ultimo vicino alla esposizione classica di Castelnuovo). Successivamente Baldassarri si concentra sull'aspetto analitico della teoria delle varietà sul campo complesso, addentrandosi nello studio di questioni avanzate come il teorema di De Rham e la teoria di Hodge. Notevole è la presenza di un capitolo dedicato alla teoria dei fasci, che all'epoca era una vera novità nello studio delle varietà algebriche, ed alle sue applicazioni, come il teorema di Dolbeault, il teorema di annullamento di Kodaira (anche noto come teorema di regolarità dell'aggiunto) e il teorema di Hirzebruch-Riemann-Roch. Un ultimo interessantissimo capitolo viene dedicato al cosiddetto teorema della completezza della serie caratteristica in dimensione qualunque, un risultato cruciale in geometria algebrica, all'epoca dimostrato solo con strumenti trascendenti (sicché l'autore sottolinea il problema, risolto poi da Grothendieck e Mumford, di darne una dimostrazione algebrico-geometrica). Il testo, anche se, come abbiamo detto, informativo, si addentra in questioni avanzate e molto delicate in geometria algebrica, quali, ad esempio, la teoria dell'eccesso di intersezione (pg. 122) e la formula generale dei punti doppi (pg. 124).

In complesso questo bel testo dimostra la profonda cultura dell'autore e risulta, anche da un punto di vista storico, estremamente interessante, come un ben riuscito tentativo di esporre in modo sistematico ed esaustivo i risultati fondamentali in geometria algebrica all'epoca noti. Non so quanto il testo abbia avuto successo all'epoca della sua comparsa. Probabilmente la sua diffusione può aver sofferto di due circostanze concomitanti. La prima è che, nonostante la gran congerie di profondi risultati all'epoca ottenuti e qui esposti, la geometria algebrica era a quel tempo moderatamente coltivata, in Italia sicuramente essa soffriva in quegli anni di una profonda crisi dovuta alla ormai necessaria rinuncia agli antiquati e malsicuri metodi classici della scuola italiana e a una non completa adesione alle tecniche più attuali, come quelle espone nel testo. La seconda circostanza è che il periodo in cui il testo appare è un periodo di transizione tra l'approccio alla Chevalley, Samuel, van der Waerden, Weil, Zariski, etc., e l'introduzione delle più potenti tecniche che in quegli anni, e in quelli immediatamente successivi, verranno create da Serre e Grothendieck. Queste ultime, fondando su concetti di grande generalità, ri-

sulteranno più flessibili e appropriate ad un approccio moderno alla geometria algebrica. Ad esempio il punto di vista funtoriale di Grothendieck, rivoluzionerà l'approccio alla parametrizzazione delle sottovarietà di una data varietà soppiantando la Varietà di Chow con lo schema di Hilbert. Così pure il lavoro di Grothendieck metterà in luce le proprietà funtoriali della varietà di Picard.

Oggi, a circa settanta anni dall'uscita di questo bel testo, possiamo valutarne appieno la grande qualità e raffinatezza, adoperandolo non solo come fonte di informazione tecnica (anche se testi più moderni, come quelli di Griffiths-Harris o di Hartshorne, sono ormai di riferimento per la comunità) ma anche come un importante riferimento storico.



# Iacopo Barsotti a Padova

Giovanni Gerotto <sup>10</sup>

Mentre scrivo mi accorgo che sta per terminare il centesimo anniversario della nascita di Iacopo Barsotti, nato a Torino il 28 aprile 1921. Ma l'occasione è legata più alle celebrazioni per l'800° della nascita della Università di Padova, e al desiderio di ricordare le glorie dei suoi insigni matematici negli ultimi 70 anni. Il periodo precedente (dalla nascita!) era già stato trattato in una recente pubblicazione [1]. Di tutto il periodo e dei suoi protagonisti, particolarmente per la geometria, parlerà Francesco Baldassarri dal suo punto di vista privilegiato, essendo da pochi mesi settantenne ed essendo figlio di due importanti protagonisti della vicenda matematica padovana. Quindi non solo testimone diretto ma anche retrospettivo.

Due dei protagonisti maggiori in questa storia, per fama ed autorevolezza, a livello internazionale, sono stati Iacopo Barsotti (1921-1987) e Bernard Dwork (1923-1998). Due tra i più originali matematici della seconda metà del '900 con contributi duraturi e innovativi. Baldassarri è stato studente di entrambi, nessuno meglio di lui per tratteggiarne un profilo. La differenza tra i due è che, mentre Barsotti è stato Professore a Padova per quasi vent'anni, Dwork, pur essendo in contatto con Padova tramite Baldassarri fin dai primi anni '80, ebbe la cattedra per *chiara fama* solo nel '92. Da qui l'esigenza di richiamare anche il profilo "basso" di Barsotti, quello della attività accademica quotidiana, quando si esclude la ricerca. Essendo, dopo Francesco, l'ultimo superstite degli "studenti" (padovani!) di Barsotti, questo compito tocca a me.

Ringrazio Francesco per questa bella iniziativa. Mi sono di nuovo immerso, dopo tanti anni, nel vasto mare delle "barsotterie", questa volta con più divertimento.

---

<sup>10</sup>Università di Padova, Dipartimento di Matematica, Via Trieste, 63, 35121 Padova, Italy.

### **Barsotti prima di Padova.**

Barsotti arrivò a Padova nel 1968 subito dopo la morte di Ugo Morin. Si era trasferito dalla Università di Pisa dove era rientrato nel '61 dagli USA, lo stesso anno della nascita della figlia Adriana. A Pisa, alla Scuola Normale Superiore, Barsotti si era laureato con lode nel 1942, mentre assolveva agli obblighi del servizio militare. Nel '45, alla fine della guerra tornò alla Scuola Normale come perfezionando. Non so chi sia stato il relatore della tesi che fu pubblicata, ma senza i canonici ringraziamenti. L'autore comunica solo che il ritardo nella pubblicazione (nel '46-47-48) era dovuto a cause di guerra! Barsotti non ha avuto maestri che lo guidassero nella ricerca. Immagino che si guardasse attorno per poi scegliere il settore che gli sembrava più interessante e con più problemi aperti. Non ha avuto maestri ma ha avuto professori e due ne ricordava con affetto e gratitudine, Francesco Cecioni e Salvatore Cherubino. Da loro aveva imparato il "metodo delle matrici" e la passione per l'Algebra. A Cecioni è dedicato un lavoro [10] e per Cherubino scrisse un necrologio [4].



Iacopo Barsotti

Dal '46 al '48 fu assistente di Severi a Roma, poi riuscì a trovare una borsa

di studio e andò a Princeton come italo-american fellow. Raccontava che alla fine della guerra si era recato al sud per cercare contatti con gli alleati, ma le circostanze restavano assai vaghe. Simile al “lui dal fronte russo, io da un posto più caldo”. Il lui si riferisce a Giuseppe Colombo: con Barsotti erano stati compagni di studi a Pisa, poi colleghi a Padova, e durante la guerra erano rimasti in contatto epistolare [7].

Del breve periodo romano nulla so, raccontava che seguiva i corsi di Severi con un livello di comprensione che non sarebbe stato diverso se avesse seguito un corso di chimica. Sicuramente riconobbe l'importanza della Memoria di Severi, *Funzioni quasi-abeliane*, pubblicata proprio nel '47, che ha a che fare con le varietà gruppali (che adesso si chiamano gruppi algebrici) da un punto di vista trascendente. La cita più volte nei suoi lavori, da ultimo nel lavoro [11], p. 273. Un'altra personalità di spicco a Roma era in quegli anni Fabio Conforto la cui monografia *Funzioni abeliane e matrici di Riemann* del '42 (poi tradotta in tedesco) rimase per Barsotti il testo di riferimento per la trattazione classica delle funzioni abeliane. Di Conforto, che morì a soli 45 anni, fu allievo Mario Rosati un altro matematico padovano.

Ma il cuore di Barsotti batteva per l'algebra. Permettetemi una piccola digressione. In Italia, nella prima metà del '900, pochissimi si occupavano di algebra. Abbiamo già ricordato Cecioni e Cherubino. Ma va ricordato soprattutto Gaetano Scorza (1876-1939), studente a Pisa di Bertini, Bianchi, Dini, mentore di Cherubino a Napoli. Geometra, celebre per i suoi studi sulle matrici di Riemann (i periodi delle funzioni abeliane) è ricordato anche per il trattato *Corpi numerici e algebre* (Messina, 1921), che rappresenta un primo passo verso l'algebra astratta. Il figlio Giuseppe Scorza Dragoni, grande amico di Barsotti, pubblicò postumo nel '42, assieme a Guido Zappa il volume *Gruppi astratti*. Non mi posso dilungare, ma spero che qualcuno ricordi il ruolo che Scorza Dragoni e Zappa ebbero direttamente o indirettamente per la matematica padovana, menziono solo Giovanni Zacher di cui sicuramente parleranno i nostri teorici dei gruppi. Questo solo per dire che all'interno della scuola geometrica italiana si stava muovendo qualcosa. Qualcuno sostiene che la geometria italiana era in declino già a partire dal 1920 (sicuramente sarebbe stato smentito da Severi).

Che algebra studiava Barsotti? Sicuramente gli americani Albert e Jacobson ma anche Wolfgang Krull, allievo di Felix Klein ed Emmy Noether, fondatrice di quel ramo dell'algebra che oggi si chiama algebra commutativa. A Krull si devono le importanti nozioni di anello locale, di dimensione di un anello, di elemento intero e di chiusura aritmetica (nomenclatura di Barsotti), la teoria generale delle valutazioni. Il suo importante resoconto *Idealtheorie* uscì nel 1935 nella serie *Ergebnisse* di Springer (la stessa prestigiosa serie dove

fu pubblicato anche il libro *Algebraic Varieties* di Mario Baldassarri). In quello stesso anno, nella stessa serie, fu pubblicata anche la monografia *Algebraic Surfaces* di Zariski con la quale l'autore chiudeva i conti con quella che gli appariva ormai come la vecchia traballante geometria, quella di Castelnuovo, Enriques, Severi, Poincaré, Picard, Lefschetz e apriva una nuova stagione in cui gli strumenti ideati da Krull giocarono un ruolo molto importante.

Oltre a questo, negli ultimi lavori "algebrici" di Barsotti si vede l'influenza di un altro filone dell'algebra tedesca. Dedekind aveva sviluppato la teoria degli ideali per i corpi di numeri algebrici. Nel 1882 pubblicò con Weber una famosa memoria in cui la teoria veniva estesa ai corpi di funzioni algebriche di una variabile. Era un'altra incarnazione della teoria delle curve algebriche, come la teoria trascendente delle superficie di Riemann. L'idea di Dedekind-Weber era appunto quella di rifare la teoria di Riemann per via algebrica. Per la sua importanza storica la memoria è stata recentemente tradotta in inglese [5]. La memoria fu ampiamente sviluppata nel trattato di Hensel-Landsberg [12] di cui Barsotti riteneva ancora utile la lettura. Detto per inciso, Hensel (1861-1941), allievo di Kronecker, fu l'inventore dei numeri  $p$ -adici che attraverso Dwork e Baldassarri, hanno avuto un ruolo importante nella geometria padovana. La teoria di Dedekind-Weber non ebbe un seguito per molti anni. La situazione cambiò con la tesi di Emil Artin del 1921 nella quale ai corpi di funzioni con corpo delle costanti finito venivano associate funzioni Zeta analoghe a quelle dei corpi di numeri algebrici. Per queste nuove Zeta Artin formulò l'ipotesi di Riemann  $p$ -adica. Qualche anno dopo Friedrich Karl Schmidt dimostrò che il Teorema di Riemann-Roch era valido per un corpo di base arbitrario senza sfruttare le proprietà topologiche dei numeri complessi. Era nata la Geometria Aritmetica. Della quale furono figure eminenti Helmut Hasse (1898-1979) e Max Deuring (1907-1984). Barsotti seguiva i lavori di questa scuola tedesca. Ad Hasse e Deuring possiamo aggiungere Ernst Witt. Il lavoro in cui introdusse i suoi famosi vettori è del '36, secondo Barsotti uno tra i risultati di algebra più importanti del secolo scorso. Si sa quale ruolo abbiano giocato i "wittori" nell'opera di Barsotti con i loro figlioli, i covettori e i bivettori.

La bellissima storia della ipotesi di Riemann  $p$ -adica è magistralmente raccontata in [6]. Ne traccio una breve sintesi. Hasse l'aveva dimostrata per i corpi ellittici nel '34 utilizzando la teoria aritmetica della moltiplicazione complessa. Nel '36 Deuring aveva trovato che per dimostrarla per tutti i generi sarebbe stata utile una teoria aritmetica delle corrispondenze tra corpi di funzioni (di cui la moltiplicazione complessa è un caso particolare). Teoria che elaborò e pubblicò tra il '37 e il '41, occhio alle date. Hasse comunicò queste idee di Deuring a Weil nel '36. Per qualche anno non succede nulla, anche perché scoppia la guerra.

Nel '40, Weil dal carcere di Rouen annunciò una dimostrazione dell'ipotesi in una nota dei *Comptes Rendus*, con l'aiuto dell'amico Henry Cartan. Era in carcere per obiezione di coscienza al servizio militare. Hasse e Deuring dubitarono che il lavoro fosse corretto, in seguito Weil riconobbe che i dubbi erano fondati. Dopo la caduta della Francia, Weil trovò rifugio negli USA e nel 1941 pubblicò una nuova dimostrazione, molto diversa dalla precedente. In questa si serviva della teoria delle corrispondenze tra curve algebriche del *Trattato* di Severi. Mancava solo la trasposizione, certo non banale, della teoria delle corrispondenze *italian style* almeno al caso di un corpo di base finito.

Weil avrebbe abbondantemente supplito a questa mancanza qualche anno dopo con *Foundations of Algebraic Geometry* del '46 e con le due memorie del '48, *Sur les courbes algébriques et les variétés qui s'en déduisent* e *Variétés abéliennes et courbes algébriques*. Nella prima memoria viene sviluppata la auspicata teoria delle corrispondenze ma né Hasse né Deuring vengono menzionati.

La Geometria Algebrica non sarebbe più stata la stessa di prima. Non credo che Barsotti conoscesse questa storia. Conosceva ovviamente *Foundations*, dubito che gli fosse piaciuto. In genere a Barsotti non piacevano i libri di Matematica, erano brodi troppo allungati. Nel caso specifico, tutti quei punti generici, il dominio universale, le specializzazioni, le varietà astratte non gli piacevano. Preferiva le memorie di Zariski, preferiva le valutazioni alle specializzazioni, le varietà proiettive alle astratte. A riprova, va menzionato che un altro fondatore della geometria algebrica di quegli anni era B. L. Van der Waerden. Oltre ad aver scritto il celebre trattato *Moderne Algebra* (1931-32), pubblicava a puntate, a partire dal '33, sui *Mathematische Annalen* una serie di articoli con il titolo *Zur Algebraische Geometrie*. Aveva la stessa ambizione di Zariski, usava i metodi di Krull e le varietà proiettive ma non le valutazioni. Fu lui ad inventare punti generici e specializzazioni, come gli riconobbe Weil. Ma Weil aveva bisogno delle varietà astratte, create appositamente, perché, nel tentativo di portare in ambiente astratto costruzioni della geometria classica, non riusciva a definire la varietà Jacobiana associata ad una curva algebrica come varietà proiettiva.

Tutti questi autori, van der Waerden, Zariski, Weil, poi anche Barsotti, erano accomunati dall'idea di fondo di studiare le varietà dal punto di vista birazionale, introdotto da Luigi Cremona (1830-1903) e pervasivo nella geometria italiana, con la conseguente prevalenza delle funzioni razionali, quozienti di funzioni polinomiali, funzioni solo "genericamente" definite. La vera rivoluzione nei fondamenti della geometria algebrica venne qualche anno dopo nel '60 con la teoria degli schemi di Grothendieck e la sua scuola. L'accento passava dalla nozione di corpo a quella di anello.

Torniamo indietro. Barsotti fu convertito alla ricerca in geometria algebrica proprio da *Variétés abéliennes*. Capì subito che quella sarebbe stata la sua strada. Un territorio sconfinato e ricco di problemi aperti. Pane per i suoi denti. Il linguaggio di Weil non gli era congeniale e quindi optò per il linguaggio di Zariski, *arithmetically more handy* di quello di Weil e van der Waerden. Ma l'opzione fondamentale fu per le tematiche di Weil.

Partì per Princeton e ricominciò tutto da capo. In un impressionante *tour de force*, nel giro di tre anni, dal '49 al '51 sviluppò i suoi fondamenti. Ostici per i più, scritti in quello stile inconfondibile, denso, asciutto, un distillato di pensiero in ogni riga, che non concedeva nulla al lettore. Il prezzo che pagò fu che, nella babele dei linguaggi della geometria algebrica, Barsotti era solo a parlare il suo. Questo non lo disturbava eccessivamente perché riteneva che un ricercatore in matematica avesse il dovere di pubblicare solo cose originali, frutto esclusivamente del proprio pensiero. Non ha mai derogato da questa regola. Il ritornello “questo assomiglia a cose già note” gli bastava per interrompere percorsi o temi di ricerca.

Barsotti giudicava *Variétés abéliennes* “a true masterpiece of modern mathematics”. Non fu ricambiato dell'omaggio. Nel Postscriptum (1970) aggiunto alla ristampa delle due memorie del '48, l'opera di Barsotti non viene menzionata tra i “progrès réalisés depuis vingt ans sur les questions traités ici”. Nessuno come Barsotti ha contribuito in quei vent'anni alla teoria astratta delle varietà abeliane. Ma per l'attitudine di Weil alle non-citazioni si veda [9].

Ricostruire il percorso di ricerca di Barsotti nel ventennio dal '50 al '70 equivale a ricostruire una buona parte della storia della geometria algebrica della seconda metà del '900. Per fortuna Barsotti ci ha lasciato un commentario della propria opera, dai primi lavori fino al '70. Non un testamento, anche se ad un certo punto dice scherzando che “sembra un in memoria”, ma un momento di riflessione sul molto fatto in una fase di stallo nella ricerca. Scritto anche per togliersi qualche sassolino dalla scarpa. Il documento fu fatto circolare durante il *Barsotti Memorial Symposium* (Abano, 1991) forse consegnato agli organizzatori dalla vedova Claire Barsotti. Allora gli Editors ritennero che la pubblicazione del documento negli Atti del convegno [2] fosse inopportuna per la presunta presenza di espressioni troppo pungenti nei confronti di matematici viventi. Sono passati 30 anni da allora e penso che quegli scrupoli si possano abbandonare.

Spero che questa testimonianza possa essere utile ai futuri storici. I lavori di Barsotti ormai sono per lo più dimenticati, assorbiti come sono stati dallo sviluppo impetuoso che ha avuto la geometria in caratteristica positiva da allora. Rimane il fatto che aveva visto giusto e che le strade che ha aperto

in quegli anni sono state molto frequentate e feconde di risultati. Quel vasto campo di idee e tecniche che oggi si chiama coomologia  $p$ -adica ha avuto Barsotti tra i suoi iniziatori. Ora siamo già alla quarta generazione. La lista dei protagonisti sarebbe piuttosto lunga.

Aggiungo solo poche note.

– Il primo lavoro sulle corrispondenze [8] si proponeva di dare un fondamento algebrico alla teoria dell'*equivalenza algebrica* in vista di una teoria astratta della varietà di Picard. Nel Annual Meeting della AMS tenuto a Saint Louis nell'estate del '52 annunciò i risultati. Dei quali pubblicò solo la parte riguardante l'immersione proiettiva, [17]. Effettivamente nel '53 furono pubblicati gli "eleganti" lavori di Matsusaka sull'argomento, probabilmente con risultati simili ai suoi. Nella prima sezione di [14] espone la teoria con la sua nomenclatura. Nel 1962 Grothendieck negli exposés 232 e 236 del Séminaire Bourbaki 1961/62 [15] introduce lo schema di Picard. La teoria e la pratica della varietà-schema di Picard, accompagna la storia di buona parte della geometria algebrica. Il lavoro di Kleiman [13] offre un assaggio della vastità dell'argomento. Come al solito i contributi di Barsotti sono dimenticati. Una curiosità: un lemma elementare di algebra  $p$ -adica di [8] è inaspettatamente citato in [31] p.74.

– Della disputa sull'attribuzione del teorema di struttura per le varietà grupपालi possiamo dire che è stata sanata. In [16] viene finalmente attribuita la paternità della prima dimostrazione a Barsotti. Ma ad essere esposta è la dimostrazione di Rosenlicht tradotta in schematense. Quella di Barsotti è rimasta di difficile comprensione.

– Il primo annuncio (entusiasta) delle teoria dei bivettori si trova nel Progress report on National Science Foundation del 1961 quando Barsotti si stava congedando dalla Brown University. Vi si legge che i risultati annunciati *are ready, in manuscript, in final form ....* Ed aggiunge *for various reasons, however, publication will be delayed*, perfetto *understatement*, se si sa che in quell'anno sarebbe nata la figlia Adriana e sarebbe ritornato stabilmente in Italia. I risultati annunciati vengono dettagliatamente esposti nei successivi quattro anni in una serie di articoli pubblicati sugli Annali di Pisa che nell'ultima puntata dedica alla figlia "che nei primi suoi tre anni di vita mi ha brillantemente distratto dallo scriverli". Ma nel rapporto viene annunciato che la teoria dei bivettori avrebbe permesso una teoria "trascendente" simile a quella classica con la quale definire analoghi delle funzioni theta e delle funzioni abeliane. Quegli enti che sognava non si sono concretizzati, o almeno solo in parte. Nel primo lavoro sulle funzioni theta [19] si legge:

"La teoria astratta delle varietà abeliane ha ormai raggiunto uno stadio in cui ulteriori progressi vengono raggiunti a prezzo di usare metodi *ad hoc*, nei

quali vengono captate e sfruttate, su corpi qualsiasi, le ombre di enti la cui esistenza è nota soltanto sul corpo complesso.”

Le funzioni theta astratte sono definite solo in caratteristica 0, “dato che il metodo dei bivettori permette le applicazioni anche alla caratteristica  $p$ .” Le funzioni theta in caratteristica  $p$  avrebbero dovuto essere le ridotte modulo  $p$  di serie di potenze nei bivettori canonici di una iperalgebra in caratteristica  $p$ . Come vedremo le cose sono andate in modo diverso.

– In [18] Illusie ricorda l’incontro a Pisa di Grothendieck con Barsotti nel ’66. Grothendieck ritornò a Pisa nel ’69. Secondo Illusie è in queste due occasioni che Grothendieck concepì la sua teoria della coomologia cristallina e la teoria della deformazione dei gruppi  $p$ -divisibili che vennero allora battezzati da Grothendieck gruppi di Barsotti-Tate in onore di Barsotti e Tate.

– Fontaine ha usato i covettori per definire il modulo di Dieudonné di un  $p$ -gruppo algebrico commutativo finito su un corpo perfetto di caratteristica  $p > 0$  [20]. Lo stesso ha fatto Berthelot per gli schemi in gruppo commutativi, finiti localmente liberi su un anello di valutazione perfetto di caratteristica  $p$  [21]. I vari anelli di Fontaine importanti in teoria  $p$ -adica di Hodge, i  $B_{HT}$ ,  $B_{dR}$ ,  $B_{cris}$ ,  $B_{st}$  usano la notazione generica  $B$  as a tribute to Barsotti (Berthelot nel necrologio di Fontaine sui Notices dell’AMS). Si veda anche [25].

Dopo l’anno di fellowship a Princeton si trasferì alla Università di Pittsburgh nel ’49, prima come Associate Professor e dopo tre anni come Professor. Ruolo che mantenne fino al ’60 quando si trasferì alla Brown University. Nel ’51 si sposò con Claire. Nel ’61 nacque la figlia Adriana. Nello stesso anno si trasferì con la famiglia a Pisa dove rimase fino al ’68. Preferiva che la figlia frequentasse le scuole in Italia, dalle scuole elementari alle superiori, ritenendo che ne avrebbe ricevuto un’istruzione migliore che negli Stati Uniti. Il Dipartimento di Matematica di Pisa era stato riorganizzato da Alessandro Faedo, in quegli anni rettore dell’Università, ed era riuscito a portare a Pisa, una impressionante schiera di talenti. Oltre a Barsotti, Aldo Andreotti, Edoardo Vesentini, Ennio De Giorgi, Enrico Bombieri, Sergio Campanato, Giovanni Prodi. Non conosco il motivo del trasferimento a Padova. Troppi galli nel pollaio?

Tutte le date della biografia di Barsotti provengono dal suo Curriculum Vitae pubblicato in [2].

### **Barsotti a Padova**

Barsotti arrivò a Padova lo stesso anno in cui morì Ugo Morin. Il Professor Barsotti era già noto agli studenti di Matematica. I suoi *Appunti di Algebra* erano usati come libro di testo nel corso di Algebra del Professor Zacher. Allora arrivavano a Padova sotto forma di dispensa direttamente da Pisa. Lo stile era

impareggiabile, nessuna pietà per lo studente, nessun esempio, nessun esercizio. Allora l'algebra astratta aveva un aspetto innovativo confrontato con l'analisi e la geometria, anche perché alle scuole superiori si imparava qualcosa di analisi e di geometria analitica mentre di algebra astratta non si sapeva nulla. Mi ricordo che dopo la maturità ero andato in viaggio con un amico a Stoccolma dove avevo trovato una grande libreria che aveva un settore tutto dedicato alla matematica. Non capivo nulla naturalmente ma mi imbattei sul *Cours d'algèbre* di Godement che mi sembrò un libro meraviglioso e lo acquistai. Così quando iniziai il corso di algebra con gli appunti di Barsotti avevo un confronto. Il Barsotti aveva quasi un aspetto iniziatico e questo contribuiva al suo fascino. Quindi quando si sparse la voce che sarebbe arrivato Barsotti a sostituire Morin, ero iscritto al secondo anno, eravamo tutti un po' euforici, anche se non capivamo bene perché il nuovo arrivato dovesse insegnare geometria e non algebra. Il titolare del corso di Geometria I che avevo seguito era Morin, che venne in classe una sola volta, verso la fine del corso. Era un omeone con una presenza incredibile. Ricordo ancora che ci spiegò come si formasse una superficie da un campo di grano al crescere delle spighe. Al corso di Geometria II insegnava Morgantini, che era un virtuoso della lavagna al tavolo, scriveva tutto a rovescio per facilitarci la lettura e faceva dei disegni meravigliosi delle coniche e delle polarità. Si studiava ancora qualche elemento di Geometria Descrittiva. Alla fine del secondo anno non sapevamo ancora cosa fosse uno spazio vettoriale, ma sapevamo il birapporto, le quaterne armoniche, i punti ciclici, l'involuzione degli angoli retti, il principio di dualità. Si usavano i testi di Geometria di Morin ancora scritti a mano e litografati e, per approfondire, i meravigliosi volumi di Comessatti.

Nella generale trasformazione della Università di quegli anni, a Matematica a Padova la trasformazione fu immediata. Il corso degli studi a Geometria cambiò subito. A Geometria I venne finalmente introdotta l'Algebra Lineare più qualche elemento di topologia generale. Per il corso di Geometria II Barsotti scrisse subito gli Appunti, lo stile era lo stesso degli Appunti di Algebra. Al terzo anno al corso di Geometria Superiore Barsotti ci spiegò i gruppi ordinati commutativi, il Teorema di Hahn, la teoria generale delle valutazioni. Le dispense venivano da due capitoli di un suo librone di Algebra Commutativa che gli era stato commissionato da una casa editrice. Ma la stesura si era fermata al quinto capitolo perché il progetto si era arenato, forse per la pubblicazione dei volumi di Zariski-Samuel. Credo di avere ancora da qualche parte una fotocopia dei primi 5 capitoli, fatta quando le fotocopie erano lucide.

Il corso di Geometria 2 aveva un programma che adesso sarebbe considerato adatto ad un corso di preparazione per dottorandi con algebra lineare, multilineare e quadratica, spazi affini e proiettivi. Il tutto in stile quasi bourbakista,

se si escludono coniche e quadriche e qualcosa sulle varietà algebriche. Niente geometria differenziale. Alla vastità del programma e alla densità del testo, si aggiungeva la scarsa esperienza didattica degli assistenti con gli argomenti del corso (esclusa la parte proiettiva in dimensione bassa con cui erano stati allevati), con l'aggravante di voler fare tutto su un corpo di base arbitrario, la specialità della casa.

Intanto erano arrivate le contestazioni, le assemblee, le occupazioni, lezioni se ne facevano ben poche. Il cosiddetto Movimento Studentesco era organizzato soprattutto dalle Facoltà umanistiche, noi matematici cercavamo di coordinarci ma non potevamo competere con i filosofi. Nel '72 mi ero laureato con Barsotti e nel '73 avevo vinto un posto di assistente di Geometria. Il mio collega più anziano a Geometria era Valentino Cristante. Barsotti mi consigliò di mettermi a studiare e di leggere i *Foundations* di Weil, il libro di Chevalley sulle curve (secondo Weil *a severely dehumanized book*, non che a me il suo lo sembrasse di meno) e le lezioni di Luigi Bianchi sulle funzioni ellittiche. Non proprio delle primizie. Ma allora non c'era la dovizia di bellissimi libri per la preparazione dei dottorandi di cui oggi si dispone.

Nei primi '70 seguivamo anche i bei corsi di Geometria Algebrica che Barsotti teneva per noi. Maurizio Candilera li ha dattiloscritti e resi disponibili on line. A nostra espressa richiesta aveva preparato anche un corso sulla teoria del corpo di classi, ma propose una sua lettura del libro *Vorlesungen über Klassenkörper Theorie* di Hasse che fu piuttosto indigesta.

Intanto il corso di Geometria 2 si era rivelato troppo difficile, pochi passavano. Nel marzo '73 (secondo governo Andreotti) la contestazione era contro gli annunciati provvedimenti urgenti per l'Università (Ministro dell'Istruzione era Scalfaro). Gli studenti di Matematica si associavano alla protesta generale contro governo, baroni, rettore e sindacati (troppo tiepidi) e venne convocata l'assemblea, con regolare volantino firmato dal Comitato di base. Tra le altre vi erano anche richieste specifiche per il corso di Geometria 2, la sessione aperta e la riduzione del programma. Barsotti rispose alla contestazione a modo suo. La notte prima dell'assemblea mi convocò al Paolotti dove da poco si era trasferito il Seminario Matematico per affiggere un contro-volantino beffardo che incitava gli studenti non solo contro la riforma Scalfaro-Andreotti ma anche contro il Comitato di base che avanzava richieste troppo miti. Firmato: Comitato di Altezza. La mattina dopo sconcerto e commenti tipo *ghe xe i faxisti all'Università*.

La conseguenza fu che Barsotti, dopo varie sanatorie per far passare i ritardatari, decise di sdoppiare il corso di Geometria 2: il Corso S(cientifico) e il Corso P(ratico) e propose a tutti i corsi del primo biennio di fare lo stesso. Ogni corso propose il suo syllabus, vi furono molte discussioni ma credo che la vera novità sia stata solo Geometria 2P. Si può leggere il syllabus in appendice. Originale per allora fu anche la modalità di esame. Le risposte, sempre di tipo numerico, andavano inserite su schede pre-perforate che venivano successivamente processate al Centro di Calcolo (che allora era al Paolotti) per calcolare automaticamente la valutazione. Gli argomenti del corso erano soggetti a modifiche secondo le idiosincrasie del docente. Barsotti attingeva ad un repertorio inesauribile di spiegazioni sempre originali di fatti o meccanismi, tipo lo sterzo, la macchina fotografica automatica, la bomba al plutonio semplificata o i colori.

## STUDENTI DI MATEMATICA

Il disegno di riforma Scalfaro Andreotti, che sotto forma di provvedimenti urgenti, sta per passare alla discussione in parlamento rappresenta un attacco preciso alle forme di organizzazione degli studenti tendente ad instaurare di fatto il numero chiuso all'Università attraverso una rigida selezione meritocratica.

Questo sta già passando a Matematica attraverso:

- la chiusura della sessione aperta a Geometria 2;
- la perdita del presalario per la stragrande maggioranza degli studenti del primo anno;
- la selezione altissima e l'aumento del carico di studio al primo anno.

Il disegno di riforma aggiunge con l'art. 12 che le matricole, per avere il loro primo presalario, devono fare tutti gli esami del primo anno entro ottobre. Di fronte a questo attacco non serve rispondere con generici discorsi sulla repressione all'interno della scuola, magari poi per richiedere una riforma "democratica" della Università. Anche lo sciopero di quattro giorni indetto dal CNU e dalla CGIL-CISL non costituisce un reale indurimento della lotta contro la controparte (governo, baroni, rettori). Il fatto, ad es., che a Matematica, come in altre parti, le lezioni siano fatte, che le attività di ricerca siano continuate dimostra che questo tipo di sciopero non serve a niente. Oltre a non porsi dal punto di vista degli interessi dei borsisti e non strutturati non si pone nemmeno dal punto di vista degli interessi degli studenti ed accetta sostanzialmente il ruolo del docente come garante della selezione. La risposta ai "provvedimenti urgenti" deve partire invece dagli interessi materiali degli studenti che a Matematica sono: garanzia di passare gli esami alla prima volta col voto massimo; presalario garantito per tutti quattro gli anni; laurea in quattro anni. Questi bisogni materiali, che sono di tutti gli studenti, si portano avanti non con mozioni o dialoghi democratici coi docenti ma mettendo in piedi l'organizzazione capace di imporli giorno per giorno a lezione e agli esami.

LA RISPOSTA AI PROVVEDIMENTI URGENTI F': CONTROLLO DEI CORSI; CONTROLLO DEGLI ESAMI CONTRO LA SELEZIONE E L'ORGANIZZAZIONE DELLA DIDATTICA.

A Matematica significa:

- 1-Controllo della correttezza del compito di Geom.1 e di Algebra;
- 2-Sessione aperta a Geometria 2: tutti gli studenti che hanno già seguito il corso devono organizzarsi per un appello a fine marzo.
- 3-Riduzione del programma a Geom.2 (taglio dell'Algebra omologica) e a Mecc. Raz. (taglio degli ultimi capitoli).
- 4-Riduzione del carico di studio ad Analisi 1 (taglio degli integrali).

Questi obiettivi sono possibili solo se ad essi si uniscono forme di lotta capaci di imporli: interventi a lezione, blocco delle lezioni, cortei interni, etc. Esse non sono forme di lotta "isolate", ma, al contrario, rispondono adeguatamente alla esigenza degli studenti di imporre i propri bisogni materiali.

ASSEMBLEA DI MATEMATICA  
VENERDÌ 16 MARZO ORE 10 AULA P.160 AL FAGLIOTTI  
Comitato di base Matematica.

Comunicato del Comitato di Base di Matematica

## STUDENTI !

Il comitato di base è chiaramente al servizio dei padroni e dei baroni. Per quale motivo vuole "garanzia di passare gli esami alla prima volta col voto massimo" invece che ABOLIZIONE DEGLI ESAMI COME PRESUPPOSTO AL PRESALARIO ED ALLA LAUREA? Perché vuole "laurea in quattro anni" invece che LAUREA A SEMPLICE RICHIESTA? Perché "presalario garantito per tutti e quattro gli anni" e non fino all'età pensionabile?

La manovra è scoperta: si vuole mantenere una scura per pagare ai baroni i loro lusinghieri stipendi, mentre in realtà I BARONI NON SERVONO PERCHÉ IL DIPLOMA DI LAUREA È OPERAZIONE PURAMENTE AMMINISTRATIVA! Si vuole solo ritardare di quattro anni l'inserimento degli studenti nel numero degli Italiani di Ruolo. Chiamiamo le cose col loro nome. Noi vogliamo:

- 1 L'abolizione degli esami-
- 2 La concessione della laurea su richiesta-
- 3 Il presalario per 4 anni-
- 4 Il postsalario pensionabile fino al 65° anno di età.

NO ALLA RIFORMA SCALFARO-ANDREOTTI-COMITATO DI BASE!

Il Comitato di Altezza

Ironia di Barsotti

ISTRUZIONI

						MATRICOLA																			
1	2	3	4	5	6											11	12								
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2		
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4		
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5		
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7		
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8		
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9		

1921    5,393    -0,25    -41,7     $5 \cdot 10^{-29}$      $-132 \cdot 10^4$     102793

PRIMA COSA: perforare il proprio numero di matricola (solo il numero) nelle colonne indicate (nell'esempio, la matr. è 102793); farlo SUBITO, e non lasciarlo per ultimo. Basta perforare le cifre del numero in colonne SUCCESSIVE (senza saltare colonne e senza mettere più di una cifra in una colonna), che siano, come indicato, fra la colonna 61 e la 77 comprese. Vedi più avanti come si fa a perforare in modo soddisfacente.

POI: man mano che si risolve un esercizio, per es. l'eserc. 2, si perfori la risposta numerica nelle colonne indicate sotto al numero dell'esercizio (in questo caso, le colonne fra la 11 e la 19 comprese, che stanno sotto al 2). Fare bene attenzione alla richiesta di precisione che accompagna l'esercizio; si può richiedere la risposta TRONCATA oppure ARROTONDATA ad un certo numero di decimali; i seguenti esempi chiariscono il significato delle parole TRONCARE e ARROTONDARE:

$\pm 2,276$  troncato a 2 decim. è  $\pm 2,27$ ; arrotond. a 2 decim. è  $\pm 2,28$ .  
 $\pm 2,274$  " " " "  $\pm 2,27$ ; " " " "  $\pm 2,27$ .  
 $\pm 2,275$  " " " "  $\pm 2,27$ ; " " " "  $\pm 2,28$ .

Mi raccomando: perforate man mano che risolvete; NON LASCIATE LE PERFORAZIONI COME ULTIMA COSA. Chi fa errori, chiedi una nuova scheda e strappi quella errata. Alla fine scrivete in STAMPATELLO, sul margine destro della scheda, senza sciuparla, in penna il NOME e COGNOME (e non viceversa).

CONVENZIONI PER PERFORARE NUMERI: notare che oltre alle righe 0, 1, ..., 9, sulla scheda ci sono altre due righe in alto, che si chiamano 11 e 12 come indicato. Ciò premesso:

UN INTERO POSITIVO si perfora nello stesso modo del n° di matricola; nell'esempio, l'esercizio 1 porta la risposta 1921;  
 per un DECIMALE POSITIVO si usa la virgola, che consiste nel perforare la riga 12; il 5,393 è la risposta all'eserc. 2 nell'esempio;  
 per un NEGATIVO (intero o no) si perfora la riga 11 nella stessa colonna che contiene la prima cifra; nell'eserc. 3 dell'esempio è scritto il numero -0,25; nell'eserc. 4 il -41,7;

Istruzioni del corso "P" (segue)

Cito ancora dal ricordo che Barsotti scrisse di Colombo [7], dove in realtà parla di se stesso:

“spesso nel passato, e assai meno spesso ora, i matematici sono portati, almeno come passatempo, a cimentare le nozioni loro familiari, ed il loro strano potere di astrazione, con ciò che osservano, naturale o manufatto ...”

Queste spiegazioni finivano nei suoi mitici quaderni dove raccoglieva anche pezzi di matematica altrui adattata al suo modo di vedere, nuove dimostrazioni di teoremi noti, qualche capitolo da includere nel libro di algebra commutativa, percorsi di ricerca interrotti perchè troppo simili a cose già note.

Il corso P era indubbiamente gradito alla maggioranza degli studenti, la percentuale di promossi era adesso accettabile. Ma venne lo stesso contestato con il solito argomento della serie A e serie B, il corso S per l'élite dei bravi, l'altro tenuto ad un livello troppo basso per facilitare la massa (in effetti i corsi erano nati con l'etichetta A e B, la scelta di S e P era stata trovata per anticipare l'ovvia obiezione).

Ed era anche più originale del corso S. Ma chiaramente perdeva di mordente quando la lezione la faceva un sostituto. Anche questo, oltre alla contestazione, fu un motivo per cui si tornò ad un unico corso, più standard nei contenuti e più al passo con i mutamenti nello stile della didattica, finalmente sensibile alle esigenze di comprensione degli studenti.

Barsotti non aveva posizioni partitiche, ma aveva idee molto precise sulla burocrazia statale, sugli Italiani di Ruolo. Aveva posizioni nette sui diritti. Su questo punto apprezzava le posizioni del Partito Radicale di quegli anni. Pur non avendo alcuna simpatia per il movimento dell'Autonomia Operaia, quando nell'aprile del '79 centinaia di persone vennero arrestate e preventivamente detenute in carcere senza processo, prese una netta posizione contraria all'operato della Magistratura. Imparai da lui proprio allora cosa volesse dire l'espressione *habeas corpus*.

Nei primi anni padovani, dopo i lavori ancora pisani, [22] e [19], non pubblicò nulla fino al '78. Nel primo lavoro ribadisce che funzioni theta e abeliane su una varietà abeliana in caratteristica  $p$  vanno costruite dentro all'anello dei bivettori a componenti nell'iper algebra della varietà come serie di potenze aventi come “variabili” certi bivettori detti canonici. Il secondo lavoro presenta una costruzione algebrica delle funzioni theta su corpi di caratteristica nulla e fa vedere che nel caso complesso coincidono con le theta classiche. Ribadisce che il metodo dei bivettori permetterà di definire le theta in caratteristica positiva. Si capisce che quest'ultima mossa trova un ostacolo più difficile del previsto. Sollecitato da risultati parziali di Cristante, scopre nel '78 come risolvere il problema. Che però va in una direzione non prevista. Le theta in caratteristica positiva non sono costruite con i bivettori ma sono serie di potenze in

**NOTAZIONE SCIENTIFICA:** se un numero non sta in 5 colonne, si può usare la notazione  $h10^n$ , con h ed n interi (positivi o no). Si perfora prima h come detto prima (anche se  $h = 1$  va perforato; la macchina non sa leggere  $10^8$ , ma sa leggere  $1 \cdot 10^8$ ); poi si perfora la riga 11 (che è quindi a doppio uso), e infine si perfora l'esponente n; se n è negativo, usare la regola per il "meno". Nell'esempio, all'eserc. 5 è data la risposta  $5 \cdot 10^{-29}$ ; all'eserc. 6 la risposta  $-132 \cdot 10^4$ .

**COME SI PERFORA:** con una biro si preme sul rettangolino prescelto; questo si staccherà su tre lati, restando attaccato lungo il quarto come una finestrina; si volta la scheda, e con una lametta, o tagliacarte, o temperino, o altra arma impropria da taglio si taglia via netta la finestrina. A strapparla con le unghie si rischia di lasciare dei baffi, e l'apparecchio lettore rifiuta di leggere o si confonde. Inoltre, **NON SGUALCIRE LE SCHEDE**.

**CHI SBAGLIA** a perforare una risposta (intendo dire chi produce una perforazione che secondo le regole dette è priva di significato) riceve zero in quell'esercizio (ma non è l'unico motivo per ricevere zero). Chi sbaglia a perforare la matricola (per es. salta colonne) non riceve voto per il compito, ossia risulta assente; se però la matricola è ricostruibile, il compito viene corretto ma penalizzato di 3 punti (su 30).

Altre frasi (che si dovrebbero già sapere): il QUOTO q ed il RESTO r della divisione di n (intero) per d (intero positivo) sono dati dalla formula  $n=dq+r$ , con le condizioni che q sia intero e che r sia intero non negativo e minore di d. Esempi:

$n = 723, d = 100; q = 7, r = 23$   
 $n = 23, d = 100; q = 0, r = 23$   
 $n = -177, d = 100; q = -2, r = 23$   
 $n = \pm 200, d = 100; q = \pm 2, r = 0$

## SUNTO

12 : VIRGOLA

11 SU STESSA COLONNA : MENO

11 ISOLATO : ESPONENTE DI DIECI

NIENTE VIRGOLE SE C'E' ESPONENTE

Istruzioni del corso "P"

SCHEDA 2. ESERCIZIO 5. Si piantano tre chiodi verticali su una tavola piana orizzontale, in modo che sporgano un po' sopra la tavola. Poi si butta sulla tavola un anello di spago, coi tre chiodi nel proprio interno; si infila un lapis verticale nell'anello, e lo si muove mantenendo lo spago teso (chiodi, spago e lapis si suppongono senza spessore). La curva disegnata e' formata da:

- risp. 1: pezzi di 3 ellissi, con 6 punti di discontinuita' della curvatura  
 risp. 2: pezzi di 3 ellissi, con 3 punti ecc. ecc.  
 risp. 3: pezzi di 6 ellissi, con 6 punti ecc. ecc.  
 risp. 4: pezzi di 6 ellissi, con 3 punti ecc. ecc.  
 risp. 5: pezzi di 3 ellissi, senza punti di discont. ecc. ecc.  
 risp. 6: pezzi di 6 ellissi, senza punti di disc. ecc. ecc.

SCHEDA 2. ESERCIZIO 6. (bomba al plutonio semplificata e con dati camuffati). Si ha un grande volume di plutonio (considerarlo infinito), contenente  $x$  atomi puntiformi per  $\text{cm}^3$ . Un neutrone interagisce con un atomo (ossia ne e' assorbito, ma ne fa emettere due neutroni) se e solo se entro i suoi primi 3 cm di corsa rettilinea passa ad una distanza

$\leq 10^{-17}$  cm da esso. Vi e' un valore di  $x$ , detto densita' critica, al di sotto del quale e' estremamente improbabile che la massa di plutonio esploda, ma al di sopra del quale la probabilita' di esplosione e' enorme. Trovare tale valore di  $x$ , con approssimazione dello 0,05 per cento. [Suggerimento: se la densita'  $x$  da' probab.  $p$  di interazione, si "spera" che un neutrone produca  $2p$  neutroni; questi sperano di produrre  $(2p)^2$ , e questi di produrne  $(2p)^3$ , ecc.; si ha esplosione se questa successione tende ad infinito].

n° risp.	1	2	3	4	5	6	7	8
		↓		↓		↓		↓
risp.	↓	$7,35 \cdot 10^{32}$	↓	$6,10 \cdot 10^{27}$	↓	$5,75 \cdot 10^{38}$	↓	$8,69 \cdot 10^{21}$
	$1,47 \cdot 10^{18}$		$9,81 \cdot 10^{25}$		$3,48 \cdot 10^{43}$		$4,67 \cdot 10^{12}$	

Testo di esame del corso "P"

caratteristica positiva ad esponenti frazionari (con denominatori potenze di  $p$ ). Le theta trovate erano in realtà le ridotte di quelle cercate. Quello che immaginava e sperava era molto di più, cercava theta rialzate in caratteristica 0. Annunciò il risultato alle *Journées de Géométrie algébriques de Rennes*, 1978 che sarà poi esposto dettagliatamente da Cristante [23]. Questa scoperta gli aprì una nuova stagione creativa. Il lavoro *Bivettori* [24] spiega perché sia ragionevole che le theta in caratteristica positiva siano serie di potenze ad esponenti frazionari, ma rinvia la dimostrazione perché “si tratta più di un punto di partenza per altri sviluppi che di un punto di arrivo” (ancora il suo sogno?). Alle cinque sezioni tecniche dedicate alle topologie e allo sviluppo del calcolo differenziale negli anelli dei bivettori e dei Bivettori, seguono due sezioni dedicate alla reinterpretazione in termini bivettoriali della teoria dei rialzamenti di Honda, da Barsotti tanto apprezzata. Il lavoro si conclude con un’appendice dedicata ad una elaborazione di un’idea di Baldassarri, emersa dalla sua tesi di laurea [26] e che tanto aveva stimolato l’attenzione di Barsotti. Con piacere apprendo che Baldassarri, dopo tanti anni, ha ripreso in mano la sua vecchia tesi [27].

Gli ultimi lavori sono tutti dedicati alle theta, [19], [28], [29], [30]. Il primo lavoro del '70 [11] è diventato l'*old new look*, in questi ultimi lavori presenta il *new new look*. Sono due le nuove scoperte entrambe in caratteristica nulla:

- primo che le *tipo theta* definite in [11] sono degenerazioni delle theta e che è sufficiente considerare le tipo theta in una variabile per generare tutte le varierà abeliane;

- secondo che sono sufficienti le formule di prostaferesi per caratterizzare le tipo theta.

La conseguenza di queste due scoperte è che si possono riconoscere e costruire le tipo theta in una variabile attraverso opportune equazioni differenziali ordinarie. Un intero nuovo mondo si apre alla ricerca.

Nel 1986 dopo una tournée di conferenze in Giappone ritornò a Padova sapendo di essere condannato. L’ultimo lavoro di survey [30] è uscito postumo.

### **Appendice. Syllabus di Geometria 2P.**

Le convenzioni dell’ottica geometrica per lente semplice convergente, niente  $\sin i$  o  $\sin r$ , punti su punti, rette su rette. Fuochi, ingrandimenti, rovesciamenti. Analogo per lente divergente. Costruzione dell’applicazione lineare fratta che manda oggetto su immagine. Utilità dell’introduzione delle coordinate omogenee. Matrice di una lente in coordinate omogenee. Nomenclatura proiettiva. Dualità proiettiva. Specchi. Lenti e specchi coassiali. Sistemi ottici composti. Orientamento. Macchina fotografica automatica. Cromatografia (10 lezioni). Compitino.

Dopo il primo grado il secondo. Cerchio, ellisse, iperbole, parabola in posizione standard. Equazione generale di secondo grado. Spezzamento e determinante. Intersezione con la retta impropria. Asintoti e punti ciclici. Conica per 5 punti. Fasci di coniche. Coniche spezzate in un fascio. Modo di usarle. Cerchi e parabole e coniche mediante tangenti. Osservazione che si può aumentare il grado della curva, ma solo se la curva è algebrica, altrimenti la tecnica proiettiva non serve (8 lezioni). Compitino.

Problema dello sterzo nel quale si trova un'equazione non algebrica. Difficoltà di risolverlo in modo esatto. Tecnica di Taylor per l'approssimazione. Su questo esempio, tangente e parabola osculatrice mediante Taylor. Cerchio osculatore come cerchio della rete di coniche contenente la parabola osculatrice e due coniche spezzate. Sempre per lo sterzo si trova la terza approssimazione e si vede in quali casi si può arrivare alla quinta. Curve date mediante funzioni implicite, la tangente (9 lezioni). Compitino.

Probabilità. Definizione elementare ed esempi, frequenze. Somma e prodotto di probabilità. Esempi. Probabilità delle cause. Esempi con  $\binom{m}{n}$ ,  $m^n$  ecc. Media, media quadratica, scarto quadratico medio. Problema delle prove ripetute. Formula di Stirling. Curva di Gauss. Alcuni integrali definiti. Interpolazione. Studio geometrico della curva di Gauss. Esercizi. Probabilità nel continuo. Variabili casuali e metodo di Montecarlo (13 lezioni). Compitino.

Elencazione (con dimostrazione) di tutti i possibili poliedri regolari. Costatazione su essi della caratteristica di Eulero-Poincaré. Si nota che i poliedri convessi sono triangolazioni della sfera e si fanno ipotesi. Superficie chiuse e loro triangolazioni. Superficie orientabili e non orientabili. Discussione sui vari significati di orientabilità. Enunciato della condizione necessaria e sufficiente per l'omeomorfismo di superficie chiuse. Dimostrazione della necessità. Genere e caratteristica di Eulero-Poincaré. Distinzione tra orientabilità e l'avere due facce. Piccola escursione su 4 dimensioni: scioglibilità dei nodi. Esempi di superficie chiuse non orientabili (Möbius e Klein). Il piano proiettivo come superficie chiusa non orientabile. Il metodo delle identificazioni. Altri giochetti topologici: cassette senza staccare il lapis, ponti di Königsberg (10 lezioni). Compitino.



La famiglia Barsotti (Clare, Adriana, Iacopo) circa 1984-85 a Padova

# Bibliografia

- [1] Autori Vari. *I matematici nell'Università di Padova dal suo nascere al XX secolo*. Esedra Editrice, Padova 2008.
- [2] V. Cristante and W. Messing, eds. *Barsotti Symposium in Algebraic Geometry (Abano, 1991)*. Academic Press, San Diego, 1994.
- [3] I. Barsotti. *Giuseppe Colombo*. Rend. Accad. Naz. XL Mem. Mat. (5) 9 (1985), 359.
- [4] I. Barsotti. *Salvatore Cherubino*. Boll. Un. Mat. Ital. (4) 5 (1972), 167.
- [5] R. Dedekind and H. Weber. *Theory of Algebraic Functions of one Variable*. American Mathematical Society, 2012.
- [6] P. Roquette. *The Riemann Hypothesis in Characteristic  $p$  in Historical Perspective*. Lecture Notes in Mathematics 2222, Springer, 2018.
- [7] I. Barsotti. *Repartitions on Abelian Varieties*. Illinois J. Math. 2 (1958), 43.
- [8] I. Barsotti. *Algebraic Correspondences between Algebraic Varieties*. Annals of Math. 52 (1950), 427.
- [9] S. Lang. *Comments on non-references in Weil's work*. Lett. Math. Pristem No. 44 (2002), 29.
- [10] I. Barsotti. *Abelian varieties over fields of positive characteristic*. Rend. Sem. Mat. Palermo (2) 5 (1956), 145.
- [11] I. Barsotti. *Le equazioni differenziali delle funzioni theta*. Rend. Acc. Naz. Sci. XL Mem. Mat. (5) 7 (1983), 227.

- [12] K. Hensel and G. Landsberg. *Theorie der algebraischen Funktionen einer Variablen und ihre Anwendung auf algebraische Kurven und Abelsche Integrale*. Teubner, Leipzig, 1902.
- [13] S. L. Kleiman. *The Picard scheme*. In *Alexandre Grothendieck: a mathematical portrait*, 35-74. Int. Press, Somerville, MA, 2014.
- [14] I. Barsotti. *Il teorema di dualità per le varietà abeliane ed altri risultati*. Rend. Mat. e Appl. (5) 14 (1954), 98.
- [15] A. Grothendieck. *Fondements de la géométrie algébrique*. Secrétariat mathématique, Paris, 1962.
- [16] J. S. Milne. *Algebraic groups*. Cambridge University Press, Cambridge, 2017.
- [17] I. Barsotti. *A Note on abelian varieties*. Rend. Circ. Mat. Palermo (2) 2 (1954), 236.
- [18] L. Illusie. *Grothendieck at Pisa: crystals and Barsotti-Tate groups*. In U. Zannier (ed.), *Colloquium De Giorgi 2013 and 2014*. Edizioni della Normale, Pisa, 2015.
- [19] I. Barsotti. *Considerazioni sulle funzioni theta*. Symp. Math. 3, 1970, 247.
- [20] J-M. Fontaine. *Groupes  $p$ -divisibles sur les corps locaux*. Astérisque, No. 47-48. Société Mathématique de France, Paris, 1977.
- [21] P. Berthelot. *Théorie de Dieudonné sur un anneau de valuation parfait*. Ann. Sci. École Nor. Sup. (4) 13 (1980), 25.
- [22] I. Barsotti. *Varietà abeliane su corpi  $p$ -adici; parte prima*. Symp. Math. 1 (1968), 109.
- [23] V. Cristante. *Theta functions and Barsotti-Tate groups*. Ann. Scuola Norm. Sup. 7 (1980), 181.
- [24] I. Barsotti. *Bivettori*. Symp. Math. 24 (1981), 23.
- [25] M. Candilera and V. Cristante. *Periods and duality of  $p$ -adic Barsotti-Tate groups*. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa 22 (1995), 545.
- [26] F. Baldassarri. *Una funzione intera  $p$ -adica a valori interi*. Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa 2 (1975), 321.

- [27] F. Baldassarri. *A  $p$ -adically entire function with integral values on  $\mathbb{Q}_p$  and entire liftings of the  $p$ -divisible group  $\mathbb{Q}_p/\mathbb{Z}_p$* . To appear in Münster J. of Math.
- [28] I. Barsotti. *Le equazioni differenziali delle funzioni theta: continuazione*. Rend. Acc. Naz. Sci. XL Mem. Mat. (5) 9 (1985), 215.
- [29] I. Barsotti. *Theta functions and differential equations*. Rend. Sem. Mat. Fis. Milano 55 (1985), 37.
- [30] I. Barsotti. *A new look for thetas*. Proc. Symp. Pure Math., 49, Part 1, 649. Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1989.
- [31] S. Lefschetz. *Algebraic Geometry*. Princeton, New Jersey, 1953.



# Lavori di Iacopo Barsotti, commentati dall'Autore

A cura di Maurizio Candilera <sup>11</sup>

Durante il *Barsotti Symposium*, che si tenne ad Abano Terme (PD) nel 1991 per ricordare l'opera di Barsotti a qualche anno dalla sua morte, circolò un breve dattiloscritto (accuratamente tradotto in Inglese da Francis J. Sullivan) in cui Barsotti passava in rassegna la propria opera scientifica e ne commentava alcuni punti, con giudizi spesso secchi e taglienti, tipici del suo stile. Proprio per questo motivo, visto che erano citati matematici in attività in quel periodo, gli organizzatori del Symposium (Valentino Cristante e William Messing) decisero di non pubblicare queste pagine nel volume dedicato al simposio, limitandosi a farle conoscere ai partecipanti.

Non è nota la ragione per cui Barsotti le scrisse. La copia del dattiloscritto venne consegnata agli organizzatori del convegno dalla moglie, Claire Lucidi Barsotti, che l'aveva ritrovata dopo la morte dell'autore tra le sue carte. A dispetto della loro brevità e della presenza di giudizi un po' "ruvidi", queste pagine possono rappresentare un piccolo frammento di storiografia della matematica di quel periodo, scritto col punto di vista, probabilmente parziale e molto personale, di chi ne è stato uno dei protagonisti. Per questo motivo pensiamo sia utile presentarle qui, come un documento sul punto di vista del loro autore.

L'elenco originale delle pubblicazioni redatto da Barsotti si arresta in realtà al numero 40 della lista sottostante e forse ciò dà un'indicazione del periodo in cui può aver scritto queste pagine e può giustificare anche la mancanza di una riflessione più ampia sulla ricerca attorno alle funzioni theta che occupò

---

<sup>11</sup>Università di Padova, Dipartimento di Matematica, Via Trieste, 63, 35121 Padova, Italy.

gli ultimi anni della sua vita. I lavori successivi sono stati introdotti già nella versione circolata ad Abano per completare il catalogo dei suoi articoli.

Oltre ai commenti sui lavori più specificamente di ricerca, che compaiono dopo l'elenco, Barsotti suddivide i suoi articoli espositivi in due categorie, gli articoli *espositivi scemi* (26, 27, 39, 1) e gli *espositivi impegnati* (20, 37, 30, 40) [l'ordine è quello di Barsotti]. Come si può vedere, non risparmiava giudizi taglienti neanche sulla propria opera.

## Publicazioni

1. Studi sopra le algebre senza base finita (*Rend Acc Naz Lincei*, **1**, 1946, pp. 1187–1189)
2. Algebre senza base finita (I) (*Ann Matem Pura e Appl*, **26**, 1947, pp. 57–66)
3. Algebre senza base finita (II) (*ibid*, **27**, 1948, pp. 243–260)  
Errata . . . (*ibid*, **28**, 1949, p. 346)
4. A proof of two fundamental theorems on linear transformations in Hilbert Space, without use of the axiom of choice (*Bull Amer Math Soc*, **53**, 1947, pp. 943–949)
5. Ricerche sopra le algebre divisorie di tipo 1, e sopra le algebre divisorie non algebriche (*Rend Matem e sue Appl*, **7**, 1948, pp. 1–30)
6. Il gruppo di Brauer delle algebre semplici di tipo 1 (*Rend Acc Naz Lincei*, **3**, 1947, pp. 188–192)
7. Sopra alcune proprietà delle sub-algebre normali di un'algebra di tipo 1 (*Rend Matem e sue Appl*, **7**, 1948, pp. 184–193)
8. Elementi algebrici di algebre divisorie non algebriche (*Ann Scuola Norm Sup*, **14**, 1945, pp. 31–45)
9. Osservazioni elementari intorno al differente di un corpo o di un'algebra sopra un corpo algebrico, o sopra un corpo di funzioni algebriche di una variabile (*Boll Unione Matem Ital*, **3**, 1948, pp. 3–7)
10. Struttura delle algebre semplici di genere basso su corpi di funzioni algebriche di una variabile (*Rend Matem e sue Appl*, **8**, 1949, pp. 134–167)

11. Valutazioni nelle algebre divisorie senza base finita (*ibid*, pp. 168–185)
12. Algebraic Correspondences between algebraic varieties (*Ann of Math*, **52**, 1950, pp. 427–464)  
Errata... (*ibid*, **53**, 1951, p. 587)
13. Local properties of algebraic correspondences (*Trans Amer Math Soc*, **71**, 1951, pp. 349–378)
14. Intersection theory for cycles of an algebraic variety (*Pac Journ of Math*, **2**, 1952, pp. 473–521)
15. A note on abelian varieties (*Rend Circ Matem Palermo*, **2**, 1953, pp. 236–257)
16. Structure theorems for group varieties (*Ann Matem Pura e Appl*, **38**, 1955, pp. 77–119)
17. Il teorema di dualità per le varietà abeliane ed altri risultati (*Rend Matem e sue Appl*, **13**, 1954, pp. 98–114)
18. Un teorema di struttura per le varietà gruppali (*Rend Accad Naz Lincei*, **18**, 1955, pp. 43–50)
19. Factor Sets and differentials on abelian varieties (*Trans Amer Math Soc*, **84**, 1957, pp. 85–108)
20. Algebraic group-varieties (*Bull Amer Math Soc*, **62**, 1956, pp. 519–530)
21. Abelian varieties over fields of positive characteristic (*Rend Circ Matem Palermo*, **5**, 1956, pp. 145–169)
22. Gli endomorfismi delle varietà abeliane su corpi di caratteristica positiva (*Ann Scuola Norm Sup*, **10**, 1956, pp. 1–24)
23. Repartitions on abelian varieties (*Illinois Journ of Math*, **2**, 1958, pp. 43–70)
24. Non countable normally locally finite division algebras (*Proc Amer Math Soc*, **8**, 1957, pp. 1101–1103)
25. On Witt Vectors and periodic group-varieties (*Illinois Journ of Math*, **2**, 1958, pp. 99–110 e 608–610)

26. Recenti sviluppi dell'algebra I (*Rend Sem Matem Torino*, **17**, 1958, pp. 49–55)
27. Recenti sviluppi dell'algebra II (*Rend Sem Matem Milano*, **28**, 1959, pp. 138–145)
28. Risultati e problemi nella teoria delle varietà grupपाल (*Rend Sem Matem Messina*, **4**, 1958–59, pp. 1–45)
29. Moduli canonici e gruppi analitici commutativi (*Ann Scuola Norm Sup*, **13**, 1959, pp. 303–372)
30. Analytical methods for abelian varieties in positive characteristic (*Colloque Theorie Groupes algebriques*, Bruxelles 5–7 Juin 1962, pp. 77–85)
31. Metodi analitici per varietà abeliane in caratteristica positiva. Capitoli 1,2 (*Ann Scuola Norm Sup*, **18**, 1964, pp. 1–25)
32. Metodi analitici per varietà abeliane in caratteristica positiva. Capitoli 3,4 (*ibid*, **19**, 1965, pp. 277–330)
33. Metodi analitici per varietà abeliane in caratteristica positiva. Capitolo 5 (*ibid*, **19**, 1965, pp. 481–512)
34. Metodi analitici per varietà abeliane in caratteristica positiva. Capitolo 6 (*ibid*, **20**, 1966, pp. 101–137)
35. Metodi analitici per varietà abeliane in caratteristica positiva. Capitolo 7 (*ibid*, **20**, 1966, pp. 331–365)
36. Varietà abeliane su corpi  $p$ -adici; parte prima (*Symp Math*, **1**, 1968, pp. 109–173)
37. Sviluppi e applicazioni della teoria dei gruppi analitici (*Boll Unione Matem Ital*, 1968, pp. 187–206 e p. 468)
38. Considerazioni sulle funzioni theta (*Symp Math*, **3**, 1970, pp. 247–277)
39. Funzioni Theta (*Rend Sem Mat Fis Milano*, **60**, 1970, 3 pagine)
40. Progress Report on NSF grant G15983 (*Non pubblicato, ma circolato fra specialisti, e depositato alla National Science Foundation 22/7/1961*)
41. Theta functions in positive characteristic (*Asterisque*, **63**, 1979, pp. 5–16)

42. Bivettori (*Symp Math*, **24**, 1981, pp. 23–63)
43. Congruences for abelian integrals (*Boll Unione Matem Ital*, **5 18-A**, 1981, pp. 431–433, firmato con l’anagramma “Pia Rosa Cibotto”)
44. Le equazioni differenziali delle funzioni theta (*Rend Accad Naz Lincei*, **101**, 1983, pp. 227–276)
45. Le equazioni differenziali delle funzioni theta; continuazione (*ibid*, **103**, 1985, pp. 215–236)
46. A new look for Thetas (*Proc of Symp in Pure Math*, **49**, 1989, Part I, pp. 649–662)

**Reperto “Algebra”** (lavori 1–11 e 24; dalla tesi al 1949 con un ritorno nel 1957)

Sono lavori come ci si può aspettare da uno abbastanza sveglio e versato nel soggetto; nulla di speciale in generale. Si salvano:

- in [3] la prima definizione di quello che ora si chiama prodotto tensoriale fra spazi vettoriali che non facesse uso delle basi degli spazi, e che fosse applicabile a basi di cardinalità qualsiasi; era macchinosa, ma comunque la vera natura dei prodotti tensoriali mi pare sia stata vista intorno al 50, soprattutto da Chevalley;
- in [5] il primo, e credo ancora unico, esempio di algebra centrale a base non numerabile che sia localmente centrale; la rielaborazione [24] è stata consigliata dalla persistente unicità dell’esempio; comunque le algebre sullodate non servono a niente;
- in [5], un teoremino facile che mi ha sorpreso per la carriera distinta che ha fatto. Era stato dimostrato (a mia insaputa) da H. Cartan (*Ann Ecole Norm Sup*, **64**, 1947, p. 58) come risultato finale di un’elaborata “teoria di Galois nelle algebre”; in [5] lo enunciai e lo dimostrai elementarmente come strumento per la costruzione dell’esempio di cui ho parlato. Successivamente R. Brauer (*Bull Amer Math Soc*, **55**, 1949, p. 619), che lo conosceva da Cartan ma non da me, lo generalizzava, con una dimostrazione più vicina alla mia che a quella di Cartan. Infine, L.K. Hua (*Proc Nat Acad Sciences*, **35**, 1949, p. 533) lo generalizzava ulteriormente; ora è noto come teorema di Cartan-Brauer-Hua, e la gente continua a lavorarci, senza però convincermi che sia una cosa importante.

## Reparto “Fondamenti della Geometria Algebrica” (lavori 12, 13, 14; dal 1950 al 1952)

In quel periodo i lavori di Zariski erano stati digeriti da pochi eletti; quello di Weil (*Foundations of Algebraic Geometry*, 1946) era un po' più noto, essendo sotto forma di libro. Tutto si riduceva alla definizione di sottovarietà, punto semplice, corrispondenza birazionale e poco più (la teoria delle curve era però già parecchio avanzata). Un modo preciso di dare le molteplicità delle componenti del corrispondente di un punto in una corrispondenza algebrica era ignoto, e parecchio misterioso anche per gli autori citati. I primi due lavori ([12] e [13]) danno appunto un tale metodo, ed il terzo lo applica alla teoria delle intersezioni (che però esisteva già per opera di Weil e Chevalley). Non furono molto citati per tre motivi: (i) la lettura difficile, ivi compresi parecchi errori senza conseguenze, ma seccanti; (ii) l'aver io adottato la terminologia di Zariski anziché di Weil, senza sapere che il futuro avrebbe adottato quella di Weil; (iii) la animosità di Weil e della sua scuola, forse iniziata per il motivo precedente, ma in seguito rinforzata, penso, dal fatto che un non-allievo risolvesse i suoi problemi. Anche se poco citati, furono ovviamente letti, dato che dopo la loro pubblicazione invalse l'abitudine di dire “è noto che...” per citare fatti la cui notorietà dipendeva solo dall'essere contenuti nei miei lavori.

A prescindere dal lavoro “di mestiere” occorrente per ogni pubblicazione matematica, gli strumenti nuovi che mi permisero di riuscire furono la “forma associata” e la “specializzazione su un anello valutante”.

Una forma associata era stata definita fin dal 1937 da W.L. Chow (*Math Ann*, **113**, 1937, p. 692, con B.L. van der Waerden coautore fantasma), ed era rimasta lettera morta; ne definii un'altra, che usai sia per gli scopi prefissi, sia per dipanare finalmente la faccenda della separabilità, inseparabilità e inseparabilità forte (mia invenzione quest'ultima) dei prolungamenti, algebrici o no, dei corpi. Un allievo di Van der Waerden (J.H. de Boer, *Indag Math*, **15**, 1953, p. 158) dimostra l'equivalenza fra le due forme. Il Van der Waerden stesso dedica poi un articolo (*Math Ann*, **136**, 1958, p. 139) esclusivamente alla mia forma, con le mie dimostrazioni, ma non contiene citazioni né di me, né del suo allievo. La forma entra anche nella seconda edizione (1962) delle *Foundations* di Weil, naturalmente senza citazione.

La specializzazione su un anello valutante nacque per poter dare la giusta molteplicità alle componenti di dimensione giusta del corrispondente di un punto in una corrispondenza algebrica, anche in presenza di componenti di dimensione troppo grande (in questo caso la forma associata fallisce). Si rivelò più tardi preziosa nel dimostrare l'immersibilità proiettiva delle varietà abeliane; e da parte di G. Shimura e molti altri è stata generalizzata alle va-

lutazioni eterocaratteristiche, per poter ridurre  $\text{mod } p$  le varietà definite su corpi algebrici.

## Reparto “Struttura varietà gruppali” (lavori 15–23, 25, 28; dal 1953 al 1959)

Le varietà gruppali, nel senso moderno, nacquero in A. Weil, *Varieties abelianes et courbes algebriques*, (1948); in questo si dà la loro definizione generale, ma si svolge solo la teoria delle varietà abeliane, ed anche questa naturalmente non completa. Posso onestamente dire che dalla nascita fino a circa il 1963, e con una sola eccezione, tutti i progressi sulla struttura geometrica (escluse quindi le proprietà aritmetiche) delle varietà gruppali sono dovuti a me. Elenco qui i principali:

### Immersione proiettiva delle varietà gruppali.

Nella prefazione delle *Foundations*, Weil asserisce che uno dei motivi per l’abbandono delle varietà proiettive in favore di quelle “astratte” era l’inabilità a dimostrare che perfino le più semplici varietà abeliane, ossia le jacobiane delle curve, potessero essere immerse (senza introdurre singolarità) nello spazio proiettivo. Il mio lavoro [15] dimostra appunto che ogni varietà grupale può essere immersa [e questa è probabilmente la vera origine dell’animosità di Weil: rendeva inutile una bella fetta delle sue *Foundations*]. Lo stesso [15] dimostra anche un altro fatto, più tecnico; e cioè che una varietà “genericamente grupale” può essere resa, birazionalmente, grupale senza allargare il corpo di definizione. Anche questo era stato uno scoglio per Weil, e la reazione immediata fu un articolo (*Amer Journ of Math*, **77**, 1955, p. 355 e 493; due articoli, veramente) ove si ridimostra questo fatto (senza citarmi), e dove si dice che quella dimostrazione è la migliore possibile; asserzione poi contraddetta dallo stesso Weil nel volume dedicato a Lefschetz (*Algebraic Geometry and Topology*, Princeton 1957), ove in un articolo a pag 177 Weil ridimostra l’immergibilità proiettiva (solo delle abeliane), e l’altro fatto, con metodi ispirati ai miei. Una semplificazione alla mia dimostrazione dell’immergibilità (con citazione, stavolta) è data da C. Chevalley in *Proc Symp Alg Number theory, Tokio-Nikko*, 1955, p. 131.

### Struttura delle varietà gruppali.

Il teorema di struttura, da me dimostrato in [16] per le commutative e in [18] per tutte, asserisce che ogni tale animale è prodotto incrociato di una abeliana

per un gruppo lineare algebrico. Nel caso classico è un teorema di Severi, modulo la famosa congettura F; anche questo ha un buffo seguito: il mio secondo lavoro (il [18]) usciva nel Marzo 55; nel Dicembre 55 M. Rosenlicht presentava un lavoro, che usciva nel volume 78, aprile 1956 (p. 401) dell'*Amer Journ of Math*; il lavoro è un sottoinsieme proprio dell'unione dei miei due citati; il teorema principale viene chiamato teorema di Chevalley, e la dimostrazione attribuita a Chevalley è pressoché quella classica di Severi, che in quel periodo non era possibile rifare in ambiente astratto per mancanza di una precisa teoria delle varietà di Picard e di Albanese; infatti Chevalley poté pubblicare una propria dimostrazione, alla Severi, solo nel 1960 (*Journ Math Pures Appl*, **39**, 1960, p. 307).

### **Assenza di torsione per le varietà abeliane.**

È dimostrata in [17] per la caratteristica zero, e in [21] per caratteristica  $p$ ; questo risultato non ha subito traversie, benché ci siano dimostrazioni successive di Cartier e di Serre.

### **Gruppo delle estensioni di una varietà abeliana mediante una retta additiva.**

È uno spazio vettoriale di dimensione  $n$  se  $n$  è la dimensione dell'abeliana; stabilito in [19] per caratteristica 0 ed in [21] per caratteristica  $p$ . Solita dimostrazione successiva di Rosenlicht, ma nessuna traversia.

### **Gruppo delle estensioni di una varietà abeliana mediante una retta moltiplicativa.**

Le due cose, nel linguaggio attuale rappresentano la “coomologia” della varietà abeliana. È isomorfo alla duale dell'abeliana, e cioè alla sua varietà di Picard. Dimostrato in [16].

### **Struttura delle varietà gruppali commutative senza componente abeliana.**

È descritta compiutamente in [25]; qui il referee mi ha fatto scrivere che anche Chevalley, Serre e Rosenlicht avevano quel risultato; in realtà è poi uscito solo quello di Serre.

## **Teoria della moltiplicazione complessa,**

o, più modernamente, struttura dell'anello degli endomorfismi di una varietà abeliana. Qui molto era stato fatto da Weil; rimanevano scoperti vari punti nel caso della caratteristica  $p$ . Ho colmato tutti quelli che mi si sono presentati, ma naturalmente la parola fine non può mai essere messa.

## **Teorema di dualità.**

Asserisce che la biduale di una abeliana è isomorfa all'abeliana stessa. Questo è il punto in cui non l'ho fatto tutto io: per caratteristica 0 è contenuto in [17], ma è facile. Per caratteristica  $p$  il [17] contiene solo il fatto che la data e la sua biduale sono isogene l'una all'altra in una isogenia di ordine una potenza di  $p$ . La vera dimostrazione in tutti i casi è stata data da Nishi con metodi tutti suoi, e contemporaneamente da Cartier con metodi originati da me, ma che io evidentemente non ero stato capace di sfruttare bene.

**Reparto “Gruppi analitici”** (lavori 29, 31, 32, 33; dal 1959 al 1965, ma questo dice poco perché in realtà mi ci sono dedicato dal 1956 ad oggi, o meglio ieri)

Già nel paragrafo finale di [16] facevo osservare che l'inadeguatezza delle algebre di Lie in caratteristica  $p$  (per lo studio dei relativi gruppi di Lie) discende dal fatto che in caratteristica 0 tutti i coefficienti dello sviluppo di Taylor si ottengono mediante derivazioni iterate (onde le derivazioni li danno tutti), mentre ciò non è vero in caratteristica  $p$ ; auspicavo (e mi proponevo di farlo) lo studio diretto di quei coefficienti. Pressoché contemporaneamente J. Dieudonné si poneva lo stesso problema (partendo però da un problema di Bochner), e vi poneva mano. In 7 bei lavori poneva i fondamenti della teoria detta variamente dei gruppi analitici, o formali, o formali di Lie, o  $p$ -divisibili, o, più recentemente, debbo confessarlo, di Barsotti-Tate. Me ne interessai subito per le applicazioni ai gruppi algebrici, e nessun altro stranamente vide lo stretto legame fino a circa il 1963; a prescindere da queste applicazioni, delle quali parlo più oltre, dovetti interessarmi alla teoria pura dei gruppi analitici per portarla avanti dallo stadio in cui l'aveva lasciata Dieudonné. Non posso dire in poche parole il mio contributo: è stato lo sviluppo di una teoria appena iniziata, ed anche qui fra lo stadio Dieudonné e circa il 1963 sono stato incontrastato. Dopo il '63 i geometri hanno capito l'importanza della cosa, e c'è stata un'esplosione di lavori e soprattutto di seminari, principalmente da parte

della scuola di Grothendieck. Dal 67 in poi c'è anche la meteora Honda, che ha scritto molto meno ma fatto molto di più della scuola sunnominata.

## **Reparto “Applicazioni dei gruppi analitici alle varietà grup- pali (abeliane in realtà)”** (lavori 21, 22, 28, 30, 34–38, 40; dal 1956 ad oggi)

Una varietà abeliana di dimensione  $n$  sul corpo complesso è un toro, prodotto di  $2n$  cerchi; ossia uno spazio vettoriale sui reali di dimensione  $2n$ , modulo periodi. Quindi localmente nell'origine (considerata coincidente con lo 0 del gruppo) è uno spazio vettoriale sui reali di dimensione  $2n$ . In caratteristica  $p$  tutto questo salta e perde senso, ed il nocciolo delle mie ricerche è costituito nella costruzione di una teoria nella quale fatti molto analoghi hanno luogo. Una varietà abeliana può essere completata all'origine, oppure nell'intorno di ogni punto di periodo una potenza di  $p$ ; nel primo caso si ottiene un gruppo analitico alla vecchia maniera (di Dieudonné); nel secondo, uno alla nuova maniera (Barsotti-Tate) [per successivo riferimento chiameremo il pezzo del secondo che manca al primo “totalmente sconnesso”]. Questi due gruppi, benché in caratteristica  $p$ , sono univocamente determinati (per mezzo di vere arrampicate sugli specchi) da due spazi vettoriali *su un corpo di caratteristica zero*; il secondo ha la fatidica dimensione  $2n$ ; il primo no (è più piccolo), e la differenza è all'origine di tutte le patologie della caratteristica  $p$  che avevano fatto ammattire la gente (e me più degli altri perché ne avevo scoperte parecchie io); per esempio, l'esistenza di differenziali al contempo esatti e di prima specie. Tutto questo è raggiunto per approssimazioni successive nei lavori fino al [35], ma è già contenuto, con schizzi di dimostrazioni, nel [40] (1961). Alcune conseguenze cascano come pere: per esempio la possibilità di lavorare sui  $2n$  vettori della base come su variabili indipendenti, con tutto l'armamentario dell'Analisi; il fatto che la dualità fra abeliane non è altro che la dualità fra i corrispondenti spazi vettoriali; la forma di Riemann in caratteristica  $p$ ; il famoso teorema di dualità che mi ero fatto soffiare; lo svisceramento del vero significato della matrice di Hasse-Witt, e del perché essa dica tutto in dimensione 1 (curve ellittiche), ma non in dimensione maggiore di uno; ecc. ecc. Vorrei soffermarmi su di un risultato che non è l'analogo di niente di classico, e che è parecchio profondo: lo spazio vettoriale di dimensione  $2n$  detto sopra ha una ulteriore struttura, dovuta alla presenza di un endomorfismo di Frobenius. Nel 1955 subodorai che non tutti questi spazi vettoriali, legati a gruppi analitici, potessero provenire da una abeliana, ma che i possibili fossero soltanto quelli “simmetrici”. A quel tempo non era nemmeno chiaro cosa po-

tesse voler dire simmetrico, dato che mancava la conoscenza della componente totalmente sconnessa; comunque avanzai la congettura col linguaggio allora possibile nell'introduzione di [22], oltre che in una lettera a Serre. Per farla breve, trovai la mancante componente totalmente sconnessa in poco tempo, e riuscii a dimostrare la necessità della condizione in [40]; la pubblicazione finale di tutti i dettagli è in [35]; la sufficienza della condizione è dovuta a Honda (*J Math Soc Japan*, **20**, 1968, p. 83), ma solo quando il corpo di base sia finito; è ancora aperta nel caso generale. È doveroso dire che ho avuto una intersezione con I. Manin (*Soviet Math*, **3**, 1962, p. 335): sui corpi finiti, la necessità della simmetria è equivalente, tramite la congettura di Riemann, in uno dei casi nei quali è stata dimostrata, alla equazione funzionale soddisfatta dalla funzione zeta; questo è il fatto dimostrato da Manin, modulo componente totalmente sconnessa che lui non conosceva. Poiché l'equazione funzionale era nota, ne seguiva la simmetria per i corpi descritti. Senza cattiveria posso notare che questa dimostrazione di Manin di parte della congettura è il coronamento di un "conto", ma non di una "teoria".

Il mio lavoro sulla caratteristica  $p$  ha portato al risultato paradossale che ora si sta usando la caratteristica  $p$  per trovare teoremi sulla caratteristica zero, ossia in pratica sul corpo complesso; in questa direzione è il mio lavoro [36], e altri di Tate e Mumford.

Concludendo (visto che questo sembra un *in memoria*), nel reparto struttura varietà gruppali c'è un solo lavoro che mi rammarico di non aver scritto io (quello di Cartier sulla dualità); nel reparto gruppi analitici e loro applicazioni ce n'è ormai una mezza dozzina, tutti dal 1966 in poi, dovuti a Tate, Mumford, Honda, Deligne; posso anche segnalare un'altra mia congettura (sulla sufficienza di una certa condizione da me trovata acché un gruppo analitico sia specializzazione di un altro) sulla quale hanno lavorato Grothendieck, Poletti e Traverso.

Dimenticavo delle funzioni theta [38]; queste dovrebbero servire per passare dal gruppo analitico alla abeliana, o meglio alle abeliane da cui esso proviene; l'analogo classico è il passaggio dal toro, che ha solo proprietà topologiche, all'abeliana, che ha anche proprietà analitiche e algebriche. In [38] dò appunto definizioni e proprietà delle solite theta (solite nel senso che sono in caratteristica 0, ma non necessariamente sui complessi) in maniera puramente algebrica, e quindi senza mai parlare di periodi. C'è un'altra teoria delle theta astratte di Mumford, ma per ora non sono state confrontate per vedere se siano o no la stessa cosa (ambedue danno le theta classiche sul corpo complesso).



# La mia vita tra i Geometri di Padova

**Francesco Baldassarri** <sup>12</sup>

Sono nato nel 1951, figlio di due professori di geometria dell'Università di Padova, Mario Baldassarri (M.B.) e Santuzza Ghezzi (S.G.), e sono poi stato io stesso professore di geometria. Non so quando morirò, comunque la mia testimonianza copre un arco di tempo rilevante e intorno a me ho visto cambiare l'Italia, la nostra università, la geometria, lo stile dei protagonisti, il rapporto dei nostri giovani laureati con il mondo. Penso sia opportuno raccontare la mia avventura in questi 70 anni di grandi cambiamenti.

Diciamo due parole sugli antefatti. La Matematica a Padova aveva una grande tradizione di qualità della ricerca e rigore degli studi. Giuseppe Veronese, Gregorio Ricci Curbastro, Francesco Severi, Tullio Levi Civita, Giuseppe Vitali, Renato Caccioppoli, Giuseppe Scorza Dragoni avevano reso Padova uno dei centri mondiali più riconosciuti in tutti i rami della matematica pura. A proposito della severità degli studi, la figura 6 rappresenta l'incubo di uno studente degli anni '30 di cui conosciamo solo le iniziali "Te. Le.". Si riconoscono in alto, da sinistra a destra: Ernesto Laura, Angelo Tonolo, Annibale Comessatti; sotto, con l'immancabile sigaretta, Renato Caccioppoli. I primi due anni costituivano il cosiddetto *Biennio Propedeutico* comune a studenti di Matematica, Fisica e Ingegneria. Erano uno scoglio formidabile. Si riteneva che chi avesse *superato il biennio* avesse già in mano la propria carriera e il proprio successo. Riporto il testo della poesia.

---

<sup>12</sup>Università di Padova, Dipartimento di Matematica Tullio Levi-Civita, via Trieste 63, 35121 Padova.



**BIENNIO PROPEDEUTICO**

**INCUBO**

Santo c'è come da male  
 Oh che fatica pedonale  
 Quanto sta dietro al biennio  
 che mi per duri un millennio.  
 Trovo la soluzione  
 con quest'orrida equazione

Altra volta e terrefatto  
 questo orrido Comensatti  
 era terribile visone  
 di analitiche equazioni.  
 Ah! che saggio, sciagurato!  
 Comensatti e già al quadrato  
 che evasiva, o me infelice,  
 di passar sotto radice!  
 Ma in sotto che ho trovato!  
 c'è Totondo spietato!  
 per sfuggire a questo orrore  
 passò al denominatore.  
 Mamma! Aiuto! Aiuto! indietro!  
 Di chi o mai quel viso tetro!  
 E' Caccinipoli o mi sbagliò!  
 Proprio lui, che col lavaglio  
 vuol ridarmi alla paralisi  
 in quel di che darò analisi.  
 Ma qui andiamo di male in peggio:  
 C'è pur Laura, non vaneggio  
 - la te-ta pare appunto  
 che mi ruoti, attorno a un punto!...

Cielo! aiuto! ho già capito:  
 qui ci resto all'infinito.

Te. Le.

Biennio propedeutico a Padova (anni '30).

## INCUBO

Santo ciel come sto male  
Oh che barba colossale  
Quanto star dovrò al biennio  
che mi par duri un millennio  
Troverò la soluzione  
Con quest'orrida equazione.

Ai miei occhi esterrefatti  
Questo orrendo Comessatti  
Crea terrifiche visioni  
D'analitiche equazioni.  
Ahi che veggio, sciagurato  
Comessatti è già al quadrato  
Che convenga, o me infelice,  
Di passar sotto radice?  
Ma la sotto che ho trovato  
c'è To-tonolo<sup>13</sup> spietato:  
per sfuggire a questo orrore  
passo al denominatore.  
Mamma! Artuso<sup>14</sup>! Aiuto! Indietro  
Di chi è mai quel viso tetro?  
È Caccioppoli o mi sbaglio?  
Proprio lui, che col bavaglio  
Vuol ridurmi alla paralisi  
In quel dí che darò analisi.  
Ma qui andiam di male in peggio  
C'è pur Laura, non vaneggio  
E la testa pare appunto  
che mi ruoti, attorno a un punto!...

Cielo! Aiuto! Ho già capito:  
Qui ci resto all'infinito.  
(Te.Le.)

La Geometria a Padova in particolare ha una storia lunga ed ininterrotta almeno dai tempi di Giusto Bellavitis (1803-1880). Di questo abbiamo parlato

---

<sup>13</sup>Angelo Tonolo era balbuziente.

<sup>14</sup>Artuso era il capo dei bidelli del Bo'. Era un uomo alto e autorevole con una imponente chioma candida. Lo ricordo come fosse ieri.

in [1] mettendo in risalto le figure di Giuseppe Veronese (1854-1917) e di Francesco Severi (1879-1961). Quest'ultimo fu professore a Padova per ben 17 anni (1905-1921), *i migliori della mia vita* come ebbe a dire ripetendo quanto aveva detto Galileo dei suoi anni padovani. L'allievo prediletto di Francesco Severi fu Annibale Comessatti (Udine 1886 - Padova 1945), laureatosi nel 1908. Guardate la bella foto di Severi datata 1931 in figura 7 con dedica a Comessatti *mio figlio spirituale* che conserviamo in biblioteca! Comessatti affiancò Severi nell'insegnamento a Padova dal 1908 al 1921 quando Severi si trasferì a Roma e gli si trovò persino accanto sul fronte di guerra (dal luglio 1915 al gennaio 1919). Comessatti, che mantenne la cattedra a Padova dal 1922 sino alla sua morte prematura nel 1945, divenne poi il grande maestro e punto di riferimento dei geometri padovani del periodo attorno alla seconda guerra mondiale.

Anche Comessatti è stato ricordato nel volume [1]. Si tenne inoltre su di lui un rilevante convegno a Padova il 18 novembre 1996, organizzato dal compianto Mario Rosati e con brillanti oratori: Alberto Conte, Fabrizio Catanese e Maurizio Cornalba<sup>15</sup>. L'opera di Comessatti è ancora attuale. Essa riguarda specialmente la teoria delle superficie algebriche e delle varietà abeliane, con particolare attenzione a problemi di realtà. Egli fu anche autore di un ricchissimo testo di Geometria in due volumi che costituisce ancora oggi una lettura molto istruttiva.

Tutti e quattro i geometri padovani viventi negli anni '50 erano stati allievi di Comessatti. Ricordiamo per ognuno l'anno di laurea: Morin (1926), Morgantini (1938), Baldassarri (1941), Ghezzi (1941). Quando sono nato la situazione della Geometria a Padova era la seguente: i corsi erano tenuti da Ugo Morin (professore ordinario), Edmondo Morgantini (aiuto), Mario Baldassarri (libero docente), e Santuzza Ghezzi (assistente).

Santuzza Ghezzi, che era del 1921, si era iscritta a Matematica a 16 anni, e si era laureata nel 1941 con Comessatti. In quel momento gli uomini, incluso lo stesso Comessatti, erano chiamati alle armi e sulla giovanissima Ghezzi ricadde la responsabilità dell'insegnamento non solo della Geometria ma anche di vari corsi di base di matematica. Ricordava come molto istruttiva questa attività didattica a largo spettro di fronte a studenti spesso più grandi di lei. Faceva quotidianamente la pendolare dalla sua Venezia a Padova. (Dopo il bombardamento del *Ponte Littorio* che collegava Venezia con la terraferma, il viaggio si doveva fare con la ferrovia "Veneta" attraverso Fusina e poi con la



Francesco Severi con dedica a Annibale Comessatti 1931.

Sergio Gambi, Ugo Morin, Mario Baldassarri, Edmondo Morgantini a Bressanone Primavera 1964 (Foto di T. Millevoi).



Santuzza Ghezzo appena laureata.

motonave.) Si trovò alla stazione di Padova nel mezzo di un grande bombardamento alleato che distrusse il quartiere dell'Arcella e la zona della stazione<sup>16</sup>. Vide morire decine di persone nel rifugio della stazione, centrato in pieno da una bomba. Lei si salvò avvolgendosi in un pellicciotto di finto castoro (ma di vera lana!) che la riparò dallo spostamento d'aria e dal crollo di calcinacci. Un pezzo di quel pellicciotto rimase nella casa di Venezia per decine di anni dopo, per riconoscenza. Ricordo la grande reverenza che mia madre portava per il suo maestro, uomo distinto, competentissimo, rigoroso, autorevole. Non ricordo viceversa di aver sentito menzionare Comessatti da mio padre M.B., che forse ne aveva sofferto il paternalismo. In segreto, mia madre mi raccontò che quando M.B., laureando, ebbe un primo incarico di insegnamento retribuito, si comprò un paio di scarpe bicolori, secondo la moda di allora. Comessatti trovò questo fatto scandaloso, soprattutto data la condizione di estrema povertà in cui versavano la madre e la zia di M.B., e fece sí che l'incarico non gli fosse rinnovato. Credo anche, sempre per una confidenza di S.G., che M.B. si fosse sentito umiliato per una domanda postagli da Comessatti in un esame e a cui non aveva saputo rispondere. Si trattava di qualcosa sull'azione di Galois sui punti di una varietà algebrica. Ciò farà sorridere i geometri aritmetici di oggi, ma negli anni '40 Comessatti era forse l'unico geometra in Italia ad avere la nozione di "azione di Galois" e di "discesa di Galois" fondamentali per la classificazione delle varietà algebriche reali. Altra cosa che ricordo è la pietà che mia madre portava per Comessatti per la perdita della sua unica figlia, ancora diciottenne.

In un certo senso, nonostante la presenza importante di Giuseppe Scorza Dragoni (1908-1996), che occupò la cattedra di Analisi Matematica a Padova tra il 1936 e il 1962, e di Giuseppe Grioli (1912-2015) per la Meccanica Razionale, si avvertiva a Padova il vuoto lasciato dalla scomparsa di Comessatti.

Ugo Morin (1901-1968), nato a Trieste, suddito di Francesco Giuseppe, partecipa in gioventù ai movimenti irredentisti triestini. Diplomatosi Capitano della Marina Mercantile a Trieste e dopo aver lavorato presso il Lloyd Triestino Navigazione, si iscrisse a Matematica a Padova. Allievo di Comessatti, diede un contributo rilevante ed ancora attuale a questioni di razionalità per varietà algebriche (per esempio *cubic fourfolds*) poste da Severi e Comessatti.

Morin ebbe anche una storia politicamente e militarmente molto interessante; da giovanissimo aveva partecipato all'impresa di Fiume al seguito di Gabriele D'Annunzio. Nella seconda guerra era stato comandante di una bri-

<sup>15</sup>Il video di questo evento è visibile nel sito del dipartimento.

<sup>16</sup>Potrebbe trattarsi del bombardamento del 16 dicembre 1943, ma non ne ho certezza.

gata partigiana. Si veda in questo volume il contributo di Luigi Tomasi. Per una ulteriore lettura sulla avventurosa vita di Morin, rimandiamo all'intero fascicolo [2]. Negli anni in cui l'ho conosciuto e frequentato, Morin aveva smesso l'attività di ricerca e si dedicava invece con entusiasmo alla didattica della Geometria scrivendo libri di testo per i licei e tenendo corsi di aggiornamento per insegnanti, insieme alla sua assistente Franca Busulini.

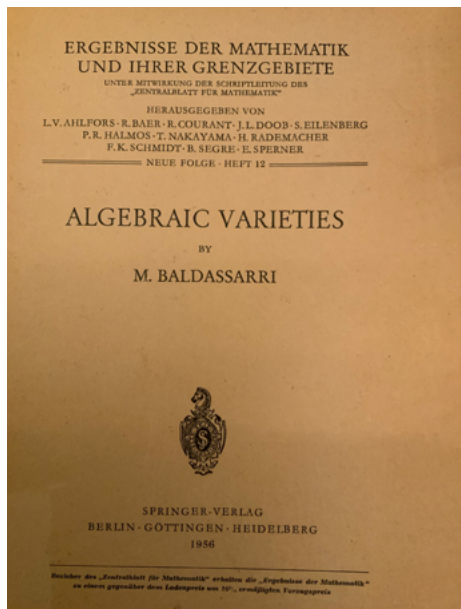
Anche nella vita di tutti i giorni, Morin era un uomo energico e molto diretto, un uomo di azione, brillante e intelligente. Mia madre era sua assistente ed ero abituato alla sua presenza, ai pranzi insieme, alla compagnia nelle vacanze. Con lui non mi annoiavo mai, era divertente e si metteva in modo naturale sullo stesso piano di un bambino. Voglio però raccontarvi questo. Morin era triestino ed era stato campione di *Zucca barucca*. Pare che sia uno sport diffuso a Trieste e consiste in questo: due avversari si trovano uno di fronte all'altro e devono respingersi a testate cacciando l'altro oltre una linea fissata sul pavimento. L'abilità consiste nell'arretrare di fronte all'avversario di una certa distanza  $x$ . A questo punto, ci si getta a testa bassa contro la testa dell'avversario. La difficoltà consiste nel valutare quale sia la distanza  $x$  massima da cui la propria testa possa sopportare l'urto contro la testa dell'avversario. E, naturalmente, può vincere solo chi ha la testa molto dura. Fatto sta che Morin, che aveva una testa calva e enorme, mi costringeva spesso a affrontarlo in questo sport. Altre volte mi sfidava a scacchi, di cui era gran maestro, ma lí a 15 anni me la cavavo meglio.

Mario Baldassarri, mio padre, era stato invece il più sfortunato (e lo sarà a maggior ragione in seguito, come vedrete). Figlio di Ines Baldassarri, fiorentina, non fu riconosciuto dal padre Ottorino Sacchiero, impiegato di banca padovano in trasferta a Firenze, che aveva già un'altra famiglia<sup>17</sup>. Dopo avere patito la fame da ragazzo e avere frequentato l'istituto tecnico a Padova, Mario si laurea nel 1941 a 21 anni con Comessatti. Parte militare pochi giorni dopo, viene fatto prigioniero nel 1943 a El Alamein e internato nel campo di prigionia di Hereford, Texas, da cui ritorna solo nel 1946. Citiamo sull'argomento il bel libro di Flavio Giovanni Conti [7]. Subito riprende intensamente lo studio per recuperare il tempo perduto. Affronta in una quindicina di lavori pubblicati tra il 1949 e il 1952 diverse questioni aperte sulla geometria delle serie lineari che erano state poste da Severi, Van der Waerden, Enriques, B. Segre, Comessatti, Morin, Conforto... Questo gli vale la libera docenza nel 1951, e la cattedra, vinta nel 1953 come "primo ternato". Io ricordo di quegli anni i frutti di marzapane che mio padre portava quando era di ritorno da Catania, dove trascorse lo straordinario: una festa, ma anche un po' nauseanti... . L'opera

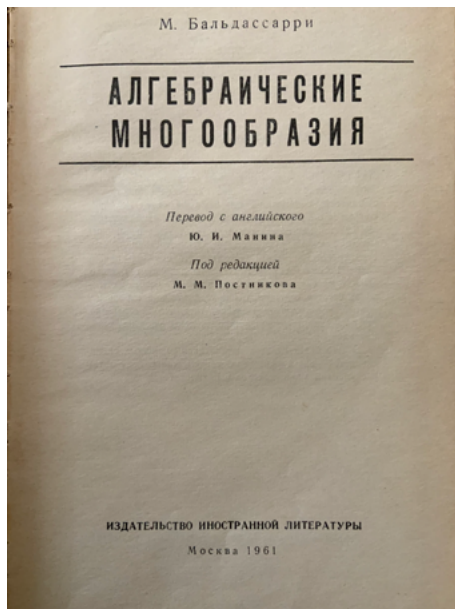
---

<sup>17</sup>Ottorino e Ines si sposeranno poi nel 1949, dopo la morte della prima moglie di Ottorino.

maggiore di Mario Baldassarri è il libro *Algebraic Varieties*, Ergebnisse der Mathematik, Springer, Berlin 1956. Il libro fu tradotto in russo da Yuri I. Manin.



Edizione inglese



Edizione russa

### Edizioni di *Algebraic Varieties*

Fu apprezzato da André Weil, che scrive in una lettera all'autore: *Je tiens à vous féliciter vivement pour la remarquable synthèse que vous me paraissiez avoir réalisée, entre les points de vue classiques et les points de vue les plus modernes, et pour la quantité d'informations utiles que vous avez réussi à réunir dans l'espace assez court où vous étiez obligé de concentrer votre exposé. D'après ce que j'en ai vu, je suis persuadé que cet ouvrage est destiné à rendre les plus grands services à tous ceux qui s'intéressent à la géométrie algébrique, et particulièrement aux jeunes qui désirent s'y initier, et j'aurai plaisir à le recommander à mes amis, collègues et étudiants.* Dedichiamo a questo libro, a 65 anni dalla sua pubblicazione, una recensione odierna di Ciro Ciliberto.

Un infortunio scientifico in cui M.B. incorse è costituito dall'articolo [4], il cui risultato, come segnalato dalla recensione di J.A. Todd, è falso. Lo stesso Todd però osserva: *The author's approach to the problem is interesting, and it is conceivable that his methods could be used to characterize the varieties under*

*discussion, though not, naturally, in the form stated in this paper.* Segue in questo volume un approfondimento delle tematiche di questo lavoro di Fabrizio Catanese che spiega la genesi dell'errore che si propaga da lavori precedenti di Federigo Enriques, Giovanni Dantoni, Leonard Roth.

A partire dal 1956 M.B. si volge allo studio della teoria dei fasci e alla sua diffusione in Italia. Ricordo che i nomi di Godement, Cartan, Grothendieck riecheggiano di frequente in conversazioni tra i miei. Conservo ancora una copia del *Théorie des faisceaux* di R. Godement doviziosamente annotata dalla grafia minuta di M.B.. Ricordo l'entusiasmo di mio padre nello studio di quei metodi che rivoluzionavano la geometria quale lui e tutti i geometri italiani dell'epoca l'avevano appresa. M.B. aveva un grande fascino sugli allievi e su quanti entravano in contatto con lui. Era un conversatore affascinante ed esuberante e trasmetteva attorno a sé una forte carica di simpatia e emotività. Era facile alle collere ma anche a gesti di grande generosità. Ricordo accanto a lui l'allievo stimatissimo Claudio Margaglio, col quale M.B. lavorò gomito a gomito sulla teoria dei fasci per un paio d'anni, che divenne assistente nel 1961. Margaglio, che fu un gradito frequentatore della nostra casa, suscitava l'entusiasmo di noi ragazzi per la sua simpatia e originalità. Si trasferì poi in Venezuela alla morte di M.B. Nel 1962 si trasferiva invece a Padova Tomaso Millevoi che si era laureato con Morin a Trieste nel 1955 e era ivi assistente.



La foto di sinistra ritrae Tomaso Millevoi e Benedetto Scimemi. Quella di destra ritrae, tra Tomaso e Benedetto, Luigi Beghi, segretario dei Rendiconti del Seminario Matematico di Padova per vari decenni. Tomaso, collega amatissimo, è stato a Padova il grande promotore per la didattica di alto livello della Matematica. Lo ricordiamo anche come instancabile dirigente della Mathesis di Padova.

Si crea così un gruppo di studiosi di geometria algebrica e di teoria dei fasci, che rinnova profondamente l'ambiente della matematica padovana. M.B. ama la convivialità e riunisce allegre tavolate di colleghi, specialmente di giovani,

nelle trattorie più rustiche dei colli euganei. Si crea così, anche per l'arrivo di Benedetto Scimemi, di Luigi Beghi, e di altri, una atmosfera di amicizia e giocosità; spesso le cene sono una gara di motti di spirito e di conversazioni brillanti.

Nel frattempo M.B. aveva spostato i suoi interessi verso la Matematica Applicata, soprattutto verso problemi di programmazione lineare e di ottimizzazione, e aveva fondato il Centro di Matematica Applicata, di cui tratta più approfonditamente il racconto di W. Runggaldier. S. Baldassarri Ghezzi, C. Margaglio e T. Millevoi collaborano in diverse ricerche ispirate da M.B. ma che tendono a spostarsi con gli anni verso l'algebra commutativa e omologica. M.B. muore dopo una lunga malattia a soli 44 anni nel 1964. Negli anni che seguono la morte di mio padre (cioè per tutta la durata del mio liceo) la mia famiglia sentì forte il conforto dell'amicizia e dell'affetto dei colleghi dell'Istituto di Algebra e Geometria, che continuava ad essere un'isola felice nel panorama delle rivalità accademiche.

Fra i personaggi che contribuirono a rendere il Seminario Matematico un ambiente piacevole e spiritoso vi fu anche Edmondo Morgantini (1916-1987), senese, celebre per i suoi disegni geometrici e le sue battute. Una volta fu incaricato di scrivere la recensione dell'articolo di un collega, al quale lui stesso aveva contribuito con i disegni geometrici. La recensione si conclude con *Pregevoli i disegni*. In un'altra occasione il collega analista matematico Giuliano Bratti si era rotto una gamba e venne in istituto con le stampelle: *L'Analisi zoppica* commentò Morgantini. O ancora, per la mia abitudine di studiare camminando nel corridoio, mi sentivo chiamare *Oh peripatetico!*

Con la morte di M.B. la Geometria a Padova si trova nuovamente in difficoltà: Morin continua a dirigere tesi di laurea, in particolare ricordiamo i suoi laureati A. Orsatti e V. Cristante, entrambi poi professori a Padova, ma è anziano e ormai dedito prevalentemente all'attività di divulgazione della matematica moderna. Muore il 1° gennaio 1968. Ricordo ancora la telefonata di Tomaso Millevoi a Passo Monte Croce dove eravamo in vacanza. Con molta lungimiranza, e grazie all'influenza di Scorza Dragoni e di Zacher viene chiamato a Padova dall'università di Pisa Iacopo Barsotti (1921-1987). È preceduto dalla sua fama di grande matematico che ha già raggiunto l'apice della carriera negli Stati Uniti, ma anche di persona veramente originale. Su di lui fiorisce l'aneddotica in parte per sentito dire e in parte per esperienza diretta. Sta di fatto che Barsotti rivoluziona, come i movimenti studenteschi del '68 di Berkeley e Parigi, l'ambiente accademico del Seminario Matematico di Padova. A lui dedichiamo un ricordo dettagliato di G. Gerotto e di lui pubblichiamo una inedita presentazione del suo proprio lavoro.

Accanto a Barsotti vi sono Valentino Cristante, Giovanni (Nanni) Gerotto,

Francis (Frank) Sullivan, ed il sottoscritto. Tutti avevamo una grande ammirazione per Barsotti, e pensavamo in qualche modo che egli sapesse tutto. Per Valentino in particolare questa ammirazione era diventata amicizia, consuetudine di vita, culto della personalità. Verso di me Barsotti manifestò sempre stima e gli sono molto riconoscente per questo. L'ho sempre ammirato matematicamente per la sua concisione, la sua logica rigorosa ma snella, il suo stile di scrittura pregnante. Ma non fu per me un modello nello stile di vita. All'incontrario maestri di vita furono per me gli altri tre suddetti allievi di Barsotti. Sentivo irraggiungibile, e ammirevole, la cultura letteraria di Nanni, mi lasciavo educare dalle idee di Frank in politica internazionale, seguivo sempre con pignoleria le indicazioni di Valentino, in cucina e in diplomazia accademica. Posso dire che una buona parte della mia educazione è venuta proprio da questi eletti maestri. Anche per questioni matematiche, ho rubato molto tempo a Frank e Nanni, per controllare un mio ragionamento o per avere una spiegazione su qualche risultato matematico a loro più familiare. La foto in figura 10 è stata scattata da Vladimir Berkovich il 6 giugno 2001 a Bellagio durante una pausa della conferenza in onore di Bernard Dwork.

Il problema dell'essere studenti di Barsotti era più o meno il seguente. Negli anni 1940-1960 la geometria algebrica aveva subito una trasformazione formidabile e da fondamenti vicini all'analisi complessa aveva stabilito le sue basi in modo puramente algebrico. Oskar Zariski, che si era laureato a Roma nel 1924 con Castelnuovo, aveva intrapreso lo studio sistematico dell'Algebra Commutativa e in particolare della teoria delle valutazioni. Poco dopo Weil scrive le sue *Foundations of Algebraic Geometry* in cui sviluppa la teoria delle varietà astratte su un corpo e in particolare sviluppa la teoria dell'intersezione. Negli anni '50 compare Alexander Grothendieck che rifonda la Geometria Algebrica sulle nozioni di categorie e di funtori. Ora Barsotti, nella sua assoluta originalità e indipendenza, sviluppò negli anni '50 delle proprie fondazioni di Geometria Algebrica per lo più pubblicate nella prestigiosa rivista *Annals of Mathematics*. In particolare Barsotti sviluppava la teoria dell'intersezione nel quadro delle sottovarietà degli spazi multiproiettivi, utilizzando metodi di teoria delle valutazioni che raffinavano quelli di Zariski.

Ora, il dilemma che si poneva a noi allievi di Barsotti era : quali *Foundations* studiare? La mole di lavoro era enorme in ogni caso, ma per di più per capire i lavori di Barsotti bisognava conoscere le sue *Foundations*, mentre per leggere i fondamentali lavori di Weil sulle curve e sulle varietà abeliane occorreavano le *Foundations* di Weil. Per avvicinarsi poi ai lavori più recenti di Grothendieck, Mumford, Serre e Tate bisognava piuttosto conoscere i metodi functoriali. Questo fu per tutti noi un grosso problema. Così io imparai da



Francesco Baldassarri, Nanni Gerotto, Valentino Cristante, Frank Sullivan a Bellagio il 6 giugno 2001.

Barsotti un po' di Teoria di Dieudonné nella forma dei "Moduli canonici" di Barsotti. Durante la mia tesi ebbi la fortuna di scoprire che una certa serie di potenze a coefficienti interi  $\Psi(x) = \Psi_p(x)$  (che dipende dal primo  $p$ ) rappresenta una funzione intera  $p$ -adica che prende valori interi  $p$ -adici su  $\mathbb{Z}_p$ . Inoltre soddisfa a un teorema di addizione. Il risultato è divertente perché si presta a calcoli espliciti e anche Barsotti si divertì molto con la mia  $\Psi$ . Ricordo che in quei giorni Barsotti mi telefonava tranquillamente a mezzanotte per discutere la  $\Psi$ . Dopo qualche settimana mi diede un foglietto, che ancora conservo, in cui utilizzava l'isomorfismo di Cartier tra i vettori di Witt e i vettori iperesponenziali per trasformare la  $\Psi$  in una famiglia  $\{G_q(x)\}_{q \in S}$ , ove  $S = \mathbb{Z}[1/p] \cap \mathbb{R}_{\geq 0}$ , di funzioni intere  $p$ -adiche. Queste hanno la proprietà che, per ogni  $q \in S$ ,  $G_q(\mathbb{Q}_p) \subset \mathbb{Z}_p$  e soddisfano il teorema di addizione

$$G_q(x + y) = \sum_{q' + q'' = q} G_{q'}(x) G_{q''}(y) .$$

È un risultato molto divertente che spiega cosa deve essere l'analogo della funzione esponenziale  $p$ -adica. C'era però un problema : non si capiva bene come far convergere la somma infinita che esprime  $G_q(x + y)$ . Così, non ho ancora pubblicato questo risultato suggeritomi da Barsotti. Ma ora, dopo tanti anni, sono riuscito a far convergere la serie, e spero di avere l'energia di pubblicare il risultato.

Valentino invece si appassionò alle funzioni theta  $p$ -adiche, ultimo interesse di ricerca di Barsotti. Non so quanto del piano originale di Barsotti di ottenere parametrizzazioni  $p$ -adiche di varietà abeliane fu in effetti realizzato poi da Valentino. C'era un po' di gelosia su questo argomento di ricerca che tanto interessava Barsotti, e io preferii lasciarlo completamente a Valentino. Mi recai a Princeton come *Visiting Fellow* raccomandato da Barsotti presso Bernard Dwork. Furono due anni molto importanti per la mia crescita matematica. In realtà tutto il primo anno (1975/76) Dwork si trovava a Bures-sur-Yvette, e quindi seguì piuttosto i corsi di G. Shimura e K. Iwasawa. L'incontro con Dwork al suo rientro da Parigi fu nel settembre 1976, e cambiò la mia vita. Dwork era una persona meravigliosa in tutti i sensi. Ricordo la prima volta che Dwork mi invitò a cena... avevo portato a Princeton il vestito comprato per il matrimonio di mia sorella e pensai di vestirmi così per andare a casa loro (112 Phillip Dr.). Fortunatamente il mio compagno di casa David Jerison mi vide mentre stavo uscendo e *-No, no, nohoh,...-* disse *-You cannot go like that!-* Così mi convinse a rimettermi i soliti pantaloni e giacca a vento. Fu forse la fortuna della mia vita. Dwork portava i suoi calzoncini corti jeans e i Birkenstock. Aveva comprato un pezzo di carne per il London Broil. Shirley

era con lui in cucina. Rabbriuidisco ancora se penso a che effetto avrebbe fatto il mio arrivo con un vestito tipo prima comunione nella cucina dei Dwork!

Con Dwork era bello parlare all'infinito di Matematica: di equazioni differenziali  $p$ -adiche, di struttura di Frobenius, del suo *Boyarsky Principle*<sup>18</sup> Ma era anche bello ascoltarlo raccontare della *Old Country*, la Russia, che lui non aveva mai visto, essendo nato nel Bronx nel 1923. Ma la mamma di Dwork la conobbi bene... e lei e il padre erano immigrati (indipendentemente) a circa 15 anni. Per pagare meno il biglietto della nave la madre aveva finto di avere meno di 13 anni e così quando si festeggiarono i suoi 100 anni saltò fuori una cugina da Israele che sapeva che ne compiva in realtà 103. La mia ammirazione per Dwork era completa, ammiravo il matematico e l'uomo, la sua famiglia. La mia avventura a Princeton si concluse bene con un paio di pubblicazioni e con una discreta comprensione di parte della coomologia di Dwork. Questo mio primo fortunato approccio con Princeton spinse poi Cristante e Gerotto ad analoghi soggiorni a Princeton e negli USA.

Nel luglio del 1978 Pierre Berthelot organizza a Rennes un importante conferenza sulle coomologie  $p$ -adiche alla presenza di Barsotti e di John Tate. È una grande occasione di incontri. In particolare, appena rientrato a Padova da Princeton, vi conobbi lì l'amico e collaboratore di Dwork Philippe Robba dell'Istituto Universitario di Orsay. Divenimmo grandi amici. Philippe era l'animatore del Seminario del lunedì all'Istituto Henri Poincaré di Parigi dedicato all'Analisi  $p$ -adica. Iniziò così una consuetudine di scambi di visite tra Padova, Parigi e Rennes di cui poi approfittarono diversi più giovani nostri laureati. Fra di essi Bruno Chiarellotto e Lucia Di Vizio. Robba, Gilles Christol, Berthelot divengono presenze assidue a Padova. Organizzai io, insieme a Siegfried Bosch e Bernard Dwork, la conferenza di Trento [3] in onore di Philippe Robba che ci aveva lasciato prematuramente il 12 ottobre 1988.

Nel 1980 Cristante e il sottoscritto vincono la cattedra. Valentino diviene straordinario a Padova, io a Trieste. Dal 1982 mi trasferisco anch'io a Padova. Quindi negli anni che seguono il 1980, la geometria a Padova è un po' dominata dagli ex-allievi di Barsotti. È un buon periodo in cui le nostre relazioni internazionali si consolidano. Passano a Padova un gran numero di geometri algebrici e aritmetici specialmente americani e francesi. Dwork viene a Padova almeno per un mese all'anno tenendo magnifiche serie di lezioni. Si studiano molto la coomologia di Dwork e le equazioni differenziali  $p$ -adiche.

Posso dire senza esitazione che il risultato più brillante della mia carriera universitaria fu quello di convincere Dwork, *Eugene Higgins Professor of Mathematics* alla Princeton University, a trasferirsi a Padova. Nel 1992 Bernard

---

<sup>18</sup>Boyarsky era il cognome della madre di Dwork.

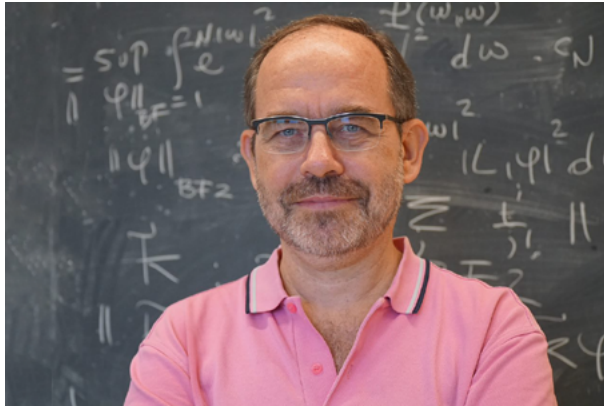
Morris Dwork è nominato professore per *Chiara Fama* a Padova, dove insegna regolarmente un corso per pochi iniziati. Gerotto e Sullivan collaborano con lui nella redazione delle lezioni sulle equazioni differenziali  $p$ -adiche e sulle funzioni  $G$  di Siegel e pubblicano l'importante volume [5] nella serie *Annals of Mathematical Studies* di Princeton.

Fu un periodo a cui ripenso con affetto e nostalgia. Lavoravo con entusiasmo con Bernie. Si usciva spesso a cena sui colli, alla *Montanina* di Teolo, con vari colleghi e amici: Bruno Chiarellotto, Benedetto e Luisa Scimemi, Valentino e Wally Cristante, Frank e Roberta Sullivan, Nanni e Manuela Gerotto.... Ci sentivamo "famiglia": con mia moglie Silvia avevamo trascorso il nostro "viaggio di nozze" a Sesto Pusteria insieme a Bernie e Shirley nell'ottobre 1994!

Ricordo quella mattina in cui il risultato di un esame medico diagnosticò a Dwork una grave forma di mieloma. Questo successo mi pare nell'ottobre 1996. Fu per me come il risveglio da un sogno durato vent'anni ... rivissi la morte di mio padre. Nel successivo settembre 1997 Bernie si era abbastanza rimesso in forze: era costretto alla dialisi a giorni alterni e camminava con un *deambulator*. Il mio fratello maggiore matematico Steve Sperber ci invitò allora per due settimane all'università del Minnesota at Twin Cities. Fu con noi anche Alan Adolphson anche lui antico studente di Dwork. Furono due settimane emotivamente importanti per la mia vita. Purtroppo l'8 maggio 1998 Dwork moriva a Princeton.

Organizzai insieme a Alan Adolphson, Pierre Berthelot, Nick Katz, François Loeser una grande conferenza nel maggio-giugno-luglio 2001 in suo onore: *The Dwork Trimester in Italy*, finanziata largamente dall'INDAM, che poi portò alla pubblicazione di due volumi di *Proceedings* presso l'editore De Gruyter. Riportiamo di seguito il testo del discorso tenuto da Nicholas M. Katz alla commemorazione ufficiale di Dwork presso l'università di Princeton un anno dopo la morte.

Quando l'Unione Europea lancia i suoi networks di ricerca europei, Padova è ormai in una buona posizione per essere coinvolta nei networks di Geometria Aritmetica. Il contratto UE della prima serie *Human Capital and Mobility* dal titolo  *$p$ -adic methods in Arithmetic Algebraic Geometry* che otteniamo nel 1993, è il sesto di tali contratti approvati dalla UE in tutte le materie. Ad esso seguono un contratto della serie *Training and Mobility of Researchers* dal titolo *Arithmetic Algebraic Geometry* ed infine il programma della serie *Mundus Master ALGANT* (acronimo di Algebra, Geometry and Number Theory) <https://algant.eu>. Quest'ultimo fu lanciato nel 2004 da Boas Erez a Bordeaux, e dallo scrivente insieme a Bruno Chiarellotto per il settore italiano, ed è stato



Marco Garuti

poi ottimamente diretto dallo stesso Chiarellotto. Ricordiamo come al successo di ALGANT furono essenziali l'entusiasmo e la competenza del compianto Marco Garuti che tanto vi si dedicò.



Il consorzio ALGANT ora consiste di 10 istituzioni di ricerca e di insegnamento in quattro continenti: le università di Bordeaux (France), Duisburg-Essen (Germany), Leiden (Netherlands), Milano (Italy), Concordia (Montréal, Canada), Padova (Italy), Paris-Sud (France), Regensburg (Germany), Stellenbosch (South Africa) e il Chennai Mathematical Institute (India). Il programma è stato poi rinnovato dalla UE per un ciclo ulteriore ed è ora in grado di funzionare autonomamente.

Concludiamo con ciò il nostro excursus sull'evoluzione della scuola di Geometria Algebrica di Padova tra il 1950 e il 2000. Tra i geometri più prestigiosi che hanno insegnato a Padova in quel periodo, ma della cui opera non abbiamo parlato, spiccano i nomi di Bruno Chiarellotto, di Massimo Bertolini, di Luca Barbieri Viale, di Umberto Zannier, che tutti con la loro presenza hanno arricchito la vita culturale dell'ambiente matematico di Padova e ne hanno reso l'atmosfera particolarmente piacevole. Abbiamo voluto limitare la nostra trattazione ai geometri scomparsi perché maggiore era il rischio di dimenticarne i contributi. Oggi il dipartimento di Matematica si è arricchito di nuove importanti presenze nel campo della geometria algebrica e aritmetica, in particolare Adrian Iovita e la sua scuola, ed ha acquistato una notevole visibilità nel panorama internazionale.

Giudicheranno i nostri successori se gli sforzi di due generazioni di geometri hanno portato buoni frutti.

# Bibliografia

- [1] AAVV I matematici dell'università di Padova dal suo nascere al XX secolo. *Università di Padova - Dipartimento di Matematica Pura e Applicata* Esedra Editrice, Padova 2008.
- [2] *L'insegnamento della Matematica e delle scienze integrate* Centro Ricerche Didattiche "Ugo Morin" Vol. 41B N.4 - Ottobre 2018.
- [3] Francesco Baldassarri, Siegfried Bosch, Bernard Dwork *p-adic analysis Proceedings of the International Conference held in Trento, Italy, May 29 - June 2, 1989* Lecture Notes in Mathematics. 1454. Springer, Berlin 1990.
- [4] Mario Baldassarri Una caratterizzazione delle varietà abeliane e pseudo-abeliane. *Ann. Mat. Pura Appl.* (4) 42 (1956), pp. 227-252.
- [5] Dwork, Bernard and Gerotto, Giovanni and Sullivan, Francis J. *An introduction to G-functions, Annals of Mathematics Studies* Vol. 133 Princeton University Press 1994, p. xxii + 323.
- [6] *Geometric Aspects of Dwork's Theory.* in A. Adolphson, F. Baldassarri, P. Berthelot, N. Katz, F. Loeser Eds. 2 Volumes, W. de Gruyter 2004.
- [7] Flavio Giovanni Conti *Hereford. Prigionieri italiani non cooperatori in Texas, Il Mulino*, Bologna 2021, pp. 452.



# Analisi Matematica



# Giuseppe Scorza Dragoni

Enrico Magenes <sup>19</sup>

Il 27 febbraio 1996 moriva a Padova Giuseppe Scorza-Dragoni, membro del Comitato di direzione di questa rivista dal 1965. Nato a Palermo il 2/07/1908 Egli era figlio di Gaetano Scorza, illustre matematico e Maestro della Scuola di Algebra e Geometria in Italia. E certamente dal padre deve aver appreso la passione per lo studio e la ricerca, la dedizione al dovere di professore universitario, lo stile di vita rigoroso e coerente che Lo hanno contraddistinto lungo tutta la Sua carriera, in particolare nei rapporti con gli studenti e con i Suoi numerosi allievi, che nei Suoi confronti hanno tutti avuto sentimenti di ammirazione e di gratitudine. Si laureò a Napoli nel 1929 con M. Picone, cui rimase sempre affezionato. Negli anni napoletani conobbe anche gli altri allievi di Picone –R. Caccioppoli, G. Cimmino e C. Miranda– con i quali serbò sempre legami di autentica amicizia; particolarmente intensi furono i rapporti, anche di collaborazione scientifica, con Caccioppoli. Libero docente di Analisi Matematica nel 1932; assistente prima a Napoli e poi a Roma, fu professore a Padova dal 1936 al 1962, a Roma dal 1962 al 1966, a Bologna dal 1966 al 1974 e di nuovo dal 1974 al 1978 a Padova, dove venne nominato professore Emerito. Preside della Facoltà di Scienze MM.FF.NN. di Padova dal 1952 al 1955. Dal 1965 al 1973 fu anche Commissario straordinario con funzione di Direttore all'Istituto Nazionale di Alta Matematica a Roma. Socio dell'Accademia dei Lincei, dell'Accademia dei XL, dell'Accademia Patavina, dell'Accademia di Napoli, dell'Istituto Veneto, dell'Accademia di Bologna e di quella di Palermo. Membro del Comitato di redazione degli Annali di Matematica, dei Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo e dei Rendiconti del Seminario Matematico di Padova, che diresse per tanti anni. La Sua ampia produzione scientifica (più di cento lavori originali; sette volumi di lezioni e numerose

---

<sup>19</sup>Commemorazione per l'UMI, 1997.

conferenze) è iniziata prestissimo. Delle Sue prime ricerche le più notevoli sono quelle sui minimi e massimi parziali per le funzioni di più variabili, che hanno avuto in seguito importanti applicazioni in campo economico, e quelle sulle funzioni misurabili. In particolare la problematica relativa alle funzioni misurabili e alla loro quasi-continuità, è sempre stata presente a Scorza anche in seguito. Il risultato pubblicato sui Rend. Sem. Mat. Univ. Padova del 1948 sulla cosiddetta quasi-continuità semiregolare delle funzioni  $f(x, y)$  misurabili rispetto a  $x$  e continue rispetto a  $y$  è fondamentale ed è ormai entrato nella trattistica internazionale come teorema di Scorza-Dragoni. Lo stesso Scorza se ne è servito, in seguito, in un lavoro in collaborazione con M. Volpato del 1951 (Rend. Sem. Mat. Univ. Padova) per ottenere un notevole teorema di unicità per il problema di Cauchy per l'equazione  $p = f(x, y; z, q)$ . Sono anche importanti i lavori dedicati al teorema ergodico di G.D. Birkhoff (v. in particolare la memoria pubblicata, su questa rivista nel 1935) nei quali Scorza riesce a dimostrare una congettura di T. Levi-Civita e a dare così una giustificazione matematica rigorosa della teoria degli invarianti adiabatici; e così pure le due memorie dell'*Accademia d'Italia* del 1934 e 1935, nelle quali Scorza sviluppa una teoria che ha con l'equazione di Laplace nel campo complesso la medesima relazione che la teoria delle funzioni di una variabile complessa ha con l'equazione di Laplace nel campo reale. Un'altra memoria dell'*Accademia d'Italia* è quella del 1937, in cui la collaborazione tra l'intuito e la fantasia di Caccioppoli ed il rigore e l'acume di Scorza ha dato i migliori frutti, permettendo loro di ottenere un risultato molto importante e basilare nel calcolo delle variazioni degli integrali doppi in forma ordinaria e precisamente di dimostrare la necessità della ben nota condizione di Weierstrass per la semicontinuità inferiore in ipotesi le più generali possibili, dopo aver intuito e dimostrato che per le funzioni considerate esiste quasi dappertutto un differenziale asintotico dotato di una particolare *regolarità*, proprietà conosciuta ora come teorema di Radó-Caccioppoli-Scorza.

Notevoli sono stati anche i contributi dati da Scorza alle tematiche legate al teorema di L. E. J. Brouwer sui punti uniti di una trasformazione univoca e continua di una cella  $S$  di  $\mathbb{R}^n$  in una sua parte e alle relazioni di interdipendenza che legano questo teorema ad altri teoremi, quali l'impossibilità di *retrarre*  $S$  sulla sua frontiera, il cosiddetto lemma di E. Sperner e il teorema sull'esistenza di almeno una soluzione appartenente ad  $S$  di un sistema di  $n$  equazioni non lineari in  $n$  incognite soddisfacente ad opportune condizioni. Un quadro completo e molto interessante di queste tematiche e dei risultati di Scorza e dei Suoi allievi si trova nella bella conferenza fatta da Scorza nel 1977 al *Centro Interdisciplinare dell'Accademia dei Lincei* (vol. n. 43, 77-78).

Le ricerche di topologia piana sono quelle che hanno interessato Scorza

certamente più a lungo e sulle quali Egli ha anche condotto a lavorare molti dei Suoi allievi. In particolare Egli si è occupato della teoria delle *traslazioni piane generalizzate*, cioè degli automorfismi del piano che conservano il senso delle rotazioni e che non hanno punti uniti. Introdotta da L. E. J. Brouwer nel 1909, questa teoria è stata sviluppata in particolare da B. von Kerékjártó, da H. Terasaka e dallo stesso Scorza. Ad essa Egli ha dato non solo sistemazioni rigorose e puntuali (in particolare si veda la memoria pubblicata sugli *Abh. Math. Sem. Univ. Hamburg* del 1957 e quella su questa rivista del 1955) ma anche molti e importanti nuovi risultati quali quelli sulla decomposizione regolare dell'insieme dei segmenti di traslazione contenuti in un rettangolo, quelli sulla costruzione della cosiddetta *deviation of path* e le ricerche rivolte alla formulazione precisa e all'analisi critica del cosiddetto *teorema generale di traslazione* (v. la memoria del 1949 sui *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova* e la bibliografia ivi citata). Sempre nell'ambito della topologia del piano sono anche le ricerche sull'ultimo teorema geometrico di Poincaré, di cui Egli ha dato una nuova e più semplice dimostrazione e notevoli estensioni (v. la memoria del 1956 sui *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova* e la bibliografia ivi citata); e infine quelle sugli automorfismi del cerchio dotati di un solo punto unito e sugli automorfismi della corona circolare privi di punti uniti, per le quali rinviamo alla conferenza pubblicata sui *Symposia Mathematica* dell'Ist. Naz. di Alta Matematica del 1971. Un altro campo dell'analisi, al quale Scorza si è dedicato a lungo e con notevole successo, è quello delle equazioni differenziali ordinarie. Anzitutto vanno ricordati i Suoi lavori sull'unicità e la dipendenza continua dei dati della soluzione del problema di Cauchy per l'equazione  $y' = f(x, y)$  (v. in particolare la memoria sui *Rend. Circ. Mat. di Palermo* del 1930). Ma sono stati soprattutto i problemi ai limiti ad interessare Scorza, fin dalla Sua tesi si laurea. Ad essa risale, oltre a due lavori sull'equazione di Thomas-Fermi, una memoria su *Math. Annalen* del 1931, in cui viene studiato il problema di trovare una soluzione dell'equazione  $y'' = f(x, y, y')$  che passi per due punti assegnati, in condizioni di sufficiente regolarità per la funzione  $f$ ; Scorza ne studia in particolare l'esistenza, sfruttando i risultati noti sull'esistenza, l'unicità e la dipendenza continua dai dati iniziali per il problema di Cauchy relativo alla stessa equazione ed il teorema del punto unito di Brouwer sopra ricordato nel caso unidimensionale. Egli è ritornato qualche anno dopo sui problemi ai limiti in una serie di lavori Suoi e dei Suoi allievi. Oltre a riprendere il problema per l'equazione del secondo ordine, in ipotesi più generali sulla  $f$ , nelle quali non si può ripetere il ragionamento sopra ricordato, perché manca l'unicità del problema di Cauchy considerato, Egli studia anche i problemi ai limiti per le equazioni differenziali ed integro-differenziali del tipo di Volterra di ordine  $n$ , (v. ad esempio la memoria del 1946 sui *Rend. Sem. Mat. Univ.*

Padova e la bibliografia ivi citata). Il metodo usato è questa volta quello che si appoggia sul teorema di esistenza di punti uniti per le trasformazioni continue negli spazi di Banach, che va ora sotto il nome di teorema di Caccioppoli-Birkhoff-Kellog-Schauder. Riferendoci per semplicità ancora al problema già considerato per l'equazione del secondo ordine, basterà ricordare che esso può essere visto come problema di punti uniti per una opportuna trasformazione funzionale nello spazio di Banach delle funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato dell'asse reale insieme alla loro derivata prima, con la norma abituale. Ed allora, anche in ipotesi di grande generalità sulla  $f$ , non è difficile vedere che si può applicare il teorema di Birkhoff-Kellog-Caccioppoli-Schauder per ottenere l'esistenza della soluzione. Infine ci rimangono da ricordare i lavori sulle equazioni e sui sistemi di equazioni integrali non lineari del tipo di Fredholm (v. per esempio la memoria del 1935 sui *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*) nei quali vengono ottenuti notevoli teoremi di esistenza e di unicità, utilizzando i risultati di Caccioppoli e di Hildebrandt e Graves sull'invertibilità completa di trasformazioni in spazi di Banach. Numerose sono anche le pubblicazioni di Scorza di carattere didattico o informativo. In particolare Egli ha collaborato in modo essenziale nella stesura dei volumi II e III delle *Lezioni di Analisi* di F. Severi, che hanno avuto una grande influenza e un grande successo in Italia.



GIUSEPPE SCORZA DRAGONI



# Renato Caccioppoli

Giuseppe Scorza Dragoni <sup>20</sup>

Renato Caccioppoli nacque a Napoli il 20 gennaio 1904 da Giuseppe Caccioppoli, chirurgo di chiara fama, e da Sofia Bakunin, figlia di Michele Bakunin. Ed a Napoli egli visse quasi tutta la sua vita, che chiuse volontariamente, agli 8 di maggio, nel 1959.

Egli apparteneva a quella *famille magnifique et lamentable qui est le sel de la terre* e che ci ha dato *tout ce que nous connaissons de grand*, come diceva Marcel Proust parlando dei temperamenti nervosi. E l'idea della morte cercata non era nuova in lui. Un'estate ormai lontana fui per parecchie settimane ospite nella sua casa paterna, invitato dalla madre, che mi desiderava vicino al figlio, preoccupata da propositi manifestati. Fu quella la prima volta che ebbi notizia, notizia indiretta, di propositi tristi. Con me, l'accento preciso ed inequivocabile fu formulato soltanto molti anni più tardi. Non è il caso di riferire qui le parole molto semplici che scambiammo quel giorno. Da allora cercai di incontrarlo anche più spesso. E poiché non mi riusciva di indurlo a partecipare di nuovo alle adunanze di questa nostra Accademia, in loro occasione anticipavo la mia partenza da quella Padova, dove egli mi aveva preceduto ed aveva trascorso, in quattro anni di insegnamento, uno dei periodi migliori della sua vita, e andavo a trovarlo a Napoli, nell'appartamentino che aveva preso, dopo il matrimonio, nel palazzo Cellamare, in via Chiaia, e dove ormai abitava solo. Ed anche il giovedì del 7 maggio 1959 anticipai al solito la mia partenza, per l'adunanza del sabato successivo. Ma quel sabato mi trovai poi a Napoli, in quell'appartamentino. E là seppi che il giorno prima egli era stato visto per via Chiaia fra il mezzogiorno e l'una (l'ora in cui di solito arrivavo); e che si era dato la morte nel pomeriggio inoltrato (quando ormai non sarei certamente arrivato più). E da allora mi domando se ero atteso; e depreco il contrattempo

---

<sup>20</sup>Commemorazione all'Accademia Nazionale dei Lincei, Roma 1963.

che mi aveva trattenuto a Roma e mi aveva impedito di recarmi dal più bravo e buono e caro, dal più intelligente dei miei amici, indimenticabile per tutti quelli che lo hanno conosciuto.

Veramente indimenticabile. Era un *causeur* meraviglioso: dotato di un singolare *esprit de finesse*, aiutato da una memoria prodigiosa e da una cultura filosofica, scientifica, letteraria, musicale e cinematografica assolutamente fuor del comune, egli avvinceva ed affascinava gli ascoltatori. Fornito di una sensibilità musicale straordinaria, era un pianista valentissimo. Dotato di un'altissima fantasia creatrice, era un matematico fortissimo. Ma i suoi amici sapevano anche quanto spontanea fosse la sua gentilezza, e larga la sua generosità, e profonda la sua delicatezza. Forse, anzi, il rispetto che si accattivava con la sua bontà dava a divedere che la superiorità della sua intelligenza si imponeva anche a coloro che non erano sempre in grado di comprendere la magnificenza delle sue idee.

E quel sabato, in quell'appartamentino, parafrasavo fra me le parole di Fedone ad Echécrate sugli ultimi momenti della vita di Socrate, sicuro che anche gli altri astanti pensavano con me *alla nostra sventura, quanto era grande, sapendo bene che il rimanente della nostra vita, privati come del padre, saremmo stati orfani veramente*. Mi domandavo quali potevano essere state le ultime esitazioni del mio amico. E guardavo quello scrittoio, che era stato lasciato insolitamente ordinato e sgombro: su di esso si trovavano, come sempre, i ritratti di Arthur Rimbaud ed Évariste Galois, postumo omaggio, forse, ai due grandi che il mio amico aveva profondamente ammirato, veri lampi di giovinezza, nella poesia l'uno, nella matematica e nella vita l'altro; e si trovavano due o tre fogli, disposti in bell'ordine, uno sull'altro, con una diecina di formule, sul primo, assolutamente indecifrabili per chi non conosceva l'argomento di quelle ultime meditazioni. E mi domandavo se non dovevo per caso interpretare quelle ultime righe del mio amico come un disperato tentativo di saggiare il proprio fortissimo ingegno per vedere se era ancora capace di raggiungere nella matematica le altezze a cui era abituato.

Le quali erano state eccelse. E gli avevano elargito tante volte la gioia ineffabile della scoperta.

Le sue pubblicazioni rivelano una personalità scientifica di un vigore e di una originalità eccezionali. Il suo intuito acutissimo e la vivacissima fantasia gli permettevano di cogliere, nelle quistioni, gli elementi veramente essenziali e di indicare soluzioni fasciose, facendo progredire intere teorie ed aprendo nuove strade. Così egli si trova ad essere tra i fondatori della teoria moderna della quadratura delle superficie, e si trova ad averla impostata in tal guisa, da averla potuta ampliare in una teoria della misura e dell'integrazione nelle varietà parametriche e da averla potuta affiancare con una teoria della misura

e dell'integrazione negli insiemi dimensionalmente orientati. Così egli, guidato da considerazioni intuitivamente semplicissime di topologia funzionale, ha impostato diversi procedimenti generali per lo studio delle questioni di esistenza che si presentano nelle teorie delle equazioni funzionali, e li ha utilizzati mirabilmente nell'esame di problemi della teoria delle equazioni differenziali, ordinarie o non, e di quella delle equazioni integrali, nella dimostrazione dei teoremi di esistenza per gli integrali abeliani di prima, seconda e terza specie su una superficie di Riemann chiusa, nella dimostrazione dell'esistenza di una superficie chiusa convessa che abbia una metrica riemanniana prefissata. E prima di addentrarci in qualche particolare maggiore rammentiamo i notevoli risultati con cui egli ha arricchito la teoria delle funzioni di variabili reali e quella delle funzioni additive d'insieme. Ricordiamo che egli ha completato un'osservazione famosa di Hartogs dimostrando che i punti singolari di una funzione analitica uniforme di due variabili complesse costituiscono, nel loro insieme, un continuo nel piano metrico-proiettivo complesso. Rammentiamo che secondo le parole di Paul Montel la teoria delle famiglie normali di funzioni di più variabili complesse *est dominée par le théorème de Caccioppoli: une famille normale par rapport à chaque variable est normale par rapport à l'ensemble de ces variables*. E finalmente ricordiamo la teoria mirabile e profonda delle funzioni pseudo-analitiche e delle rappresentazioni pseudo-conformi delle superficie riemanniane e quella sull'integrazione e la ricerca delle primitive rispetto ad una funzione continua qualunque, ultima delle costruzioni scientifiche di Renato Caccioppoli.

Una analisi succinta ma accurata delle pubblicazioni di Renato Caccioppoli si troverà nella prefazione alle sue Opere, in corso di stampa a cura dell'Unione matematica italiana e del Consiglio nazionale delle ricerche. Qui ci limiteremo ad utilizzare quell'analisi, e ad utilizzarla largamente, per illuminare e ribadire qualche circostanza particolarmente importante. La derivazione rispetto ad una funzione continua aveva destato l'interesse di Caccioppoli già nell'intermezzo padovano di sua vita. Allora egli aveva dimostrato una presunzione avanzata da Lebesgue, facendo vedere che una funzione continua in un intervallo è derivabile rispetto ad un'altra funzione continua è individuata a meno di una costante additiva dalla propria derivata rispetto a questa funzione. Stabilito questo risultato, ottenuto nello stesso torno di tempo anche da Petrowski, si poneva naturalmente il problema della ricerca della primitiva di una funzione  $f$  rispetto ad una funzione continua  $\varphi$ . Caccioppoli affronta questo problema, a differenza di Choquet, estendendo la nozione dell'integrale di Stieltjes di  $f d\varphi$  al caso che la funzione determinante  $\varphi$  non sia a variazione limitata. Ad una simile estensione egli pensava fin dalle sue primissime ricerche. Qui la definizione dell'integrale di  $f d\varphi$  viene ottenuta approssimando  $\varphi$

con una “successione generatrice”, formata da funzioni a variazione limitata speciali. L’esistenza di successioni generatrici è assicurata da un procedimento ingegnosissimo ideato per costruirne una. E l’integrale non dipende dalla successione generatrice adottata per definirlo, se ci si limita a considerare le derivate delle funzioni “assolutamente continue rispetto alla  $\varphi$ ”. Si ottengono in tal guisa risultati sulla derivazione e sull’integrazione indefinita in bella rispondenza con quelli della teoria classica. E la rispondenza è spinta fino a costruire nelle sue linee essenziali la teoria della totalizzazione rispetto ad una  $\varphi$  continua.

Le brevi notizie precedenti, anche se non sono stato a precisarle nelle date, lasciano trasparire, di fronte al problema insoluto, una tenacia forse insospettata da molti. Ebbene, egli mi parlava delle sue primissime idee su quella, che doveva diventare la teoria delle funzioni pseudo-analitiche, passeggiando via Caracciolo, in una mite serata di un inverno napoletano, quando lui era ancora cattedrante a Padova ed io già assistente a Roma. Vale a dire, dovevano passare circa vent’anni prima dei lavori trionfali che avrebbero posto in luce “l’intima natura di proprietà metrico-topologiche generali” posseduta dai famosi teoremi di Picard, di Schottky e di Landau della teoria classica delle funzioni analitiche.

L’analisi funzionale, specialmente concepita come strumento per la soluzione dei problemi posti dalla teoria delle equazioni funzionali, è stato uno degli argomenti prediletti della sua vita di studioso. In questo campo le sue ricerche si intrecciano talvolta, sempre in piena indipendenza reciproca, con quelle di Birkhoff, di Kellogg, di Schauder e di Leray. Senza addentrarci in troppi particolari, ricorderemo che egli ha richiamato l’attenzione degli analisti italiani sulle possibilità offerte nello studio dei problemi al contorno per le equazioni differenziali, ordinarie o non, dal teorema di Brouwer sui punti uniti delle trasformazioni univoche e continue dell’elemento pluridimensionale in sè; che egli, riprendendo considerazioni di Paul Lévy, ha trasportato alle trasformazioni funzionali un teorema della teoria delle funzioni implicite dovuto ad Hadamard, fornendo un principio di inversione, illustrato da applicazioni, già estremamente interessanti di per sè, tratte dalla teoria delle equazioni integrali e da quella dei problemi al contorno per le equazioni differenziali; che egli ha utilizzato i suoi metodi generali per stabilire il carattere analitico delle soluzioni dotate di derivate seconde continue delle equazioni alle derivate parziali ellittiche analitiche in due variabili indipendenti e di poi il carattere analitico delle estremali lipschitziane di certi integrali regolari doppi del calcolo delle variazioni in forma cartesiana; che egli ha esteso il suo principio di inversione anche a certe classi di trasformazioni funzionali diramate. E, segnalata l’estrema generalità delle ipotesi in cui egli ha risolto il problema degli ovaloidi

provvisi di una metrica assegnata, già considerato da Hans Lewy nel caso analitico, aggiungiamo qualche altro rigo a proposito delle memorie dedicate alla dimostrazione dei teoremi di Riemann sull'esistenza degli integrali abeliani. In esse, e precisamente nella seconda, si trova dimostrata per la prima volta quella proposizione sull'armonicità delle funzioni ortogonali a tutti i laplaciani, che è diventata notissima sotto il nome di lemma di Weyl; su di essa si appoggia Caccioppoli per ottenere una dimostrazione estremamente semplice di quei teoremi, con un metodo a quel tempo profondamente originale e larghissimamente sfruttato nella letteratura posteriore. Si tratta del metodo che, applicando il teorema di Hahn-Banach sul prolungamento dei funzionali lineari, caratterizza le varietà lineari chiuse in uno spazio lineare metrico separabile completo mediante i funzionali lineari definiti nello spazio e rispettivamente nulli sulle varietà. Di questo metodo si sono avvalsi poi moltissimi matematici, in una serie di lavori che ammettono quindi questa pubblicazione di Renato Caccioppoli come capostipite.

Senza insistere sulle altre sue ricerche relative alle funzioni di variabili reali e complesse ed alle funzioni d'insieme relative ai funzionali analitici ed alla stabilità eventuale ed eventuale periodicità di soluzioni di equazioni differenziali ordinarie, ricordiamo che le sue dimostrazioni giovanili dei teoremi di Riesz e di Fréchet sulla rappresentazione dei funzionali lineari e multilineari mediante integrali lo avevano appunto condotto ad anticipare il teorema di prolungamento di Hahn-Banach in un caso concreto; e passiamo a dire rapidamente dei suoi lavori sulla quadratura delle superficie e le questioni connesse (cambiamento delle variabili negli integrali doppi, carattere infinitesimale delle superficie quadrabili, integrazione superficiale, integrali doppi del calcolo delle variazioni in forma parametrica, rappresentazione conforme e quasi-conforme delle superficie), e di quelli sull'integrazione e la misura negli insiemi dimensionalmente orientati e nelle varietà parametriche. Già in quelli giovanili egli aveva "delineato, non senza omissioni ed errori, ma certo nei suoi tratti essenziali, un nuovo capitolo del calcolo integrale moderno", orientando le sue ricerche secondo quella che probabilmente è la via maestra (tutte le parole fra virgolette sono sue !). La prima esposizione della sua teoria, "accanto a qualche svista, scorrettezza espositiva, congettura arrischiata, facilmente rettificabili", presentava "una deficienza più grave . . . nell'impiego di un procedimento (prolungamento di certe funzioni additive d'insieme) di portata vasta ma non illimitata". Nel fatto, nell'esecuzione del suo programma egli aveva "preso un abbaglio", aveva "ragionato *sul modello e non sull'immagine*" ed aveva considerato nel modello tutti gli insiemi di Borel, mentre nel modello bastava considerare soltanto quegli insiemi di Borel che fossero controimmagini complete degli insiemi di Borel dell'immagine, la considerazione di tutti gli insiemi di Borel del modello

non avendo “ragion d’essere che nel caso dell’assoluta continuità”, nel qual caso quel prolungamento deve essere “assicurato da un’ipotesi supplementare”; di guisa che “bastava una semplice revisione critica dei fondamenti della teoria (ciò che, passato senz’altro alle applicazioni”, egli ha avuto “il torto di non fare) per eliminare l’errore non altro che segnalandolo”. Ed in uno degli ultimi suoi lavori egli è ritornato sulla sua “prima teoria, in vista di una nuova e corretta esposizione, fermi restando essenzialmente i metodi ed i risultati”. La teoria si trasferisce immediatamente al caso della misura e dell’integrazione nelle varietà parametriche, salvo in uno o due punti. Nella nuova esposizione Caccioppoli riesce a dimostrare che le superficie quadrabili secondo la sua definizione sono quelle quadrabili secondo Lebesgue, e vi riesce precisando i suoi risultati giovanili sulla scomponibilità di una superficie quadrabile mediante curve rettificabili. Ebbene, il trasporto di quella circostanza al caso pluridimensionale sarebbe naturalmente “un *desideratum* della teoria”; purtroppo il trasporto della dimostrazione presenta “difficoltà non trascurabili”. Ed ancora. L’uguaglianza delle aree attribuite ad una superficie quadrabile dalla definizione di Caccioppoli e da quella di Lebesgue discende da un risultato enunciato da Caccioppoli fin dalle sue prime ricerche e stabilito completamente da Cesari mediante un uso essenziale di rappresentazioni quasi-conformi. E quando si volesse raggiungere anche nel caso pluridimensionale l’identificazione dei valori numerici forniti per le misure dalle definizioni di Caccioppoli e di Lebesgue, “l’ausilio della rappresentazione conforme verrebbe... a mancare”. Ma anche senza questa identificazione, che “dovrebbe essere il coronamento di tutta la teoria”, il complesso dei risultati raggiunti da Caccioppoli è imponente.

Sarebbe imponente già nel caso bidimensionale. E quando penso che le idee che egli concepì appena ventitreenne nello studio della quadratura delle superficie contengono anche il germe della profonda teoria della misura e dell’integrazione negli insiemi dimensionalmente orientati, io comparo quel *ho delineato, nei suoi tratti essenziali, un nuovo capitolo del calcolo integrale moderno* alle parole di Galois nella lettera all’amico Auguste Chevalier la vigilia del duello fatale: *J’ai fait en analyse plusieurs choses nouvelles.*

E rivedo il mio amico, che nei nostri anni giovanili mi parlava con profonda emozione di quella lettera. E di imagine in imagine lo riveggo mentre profondeva tesori, *avec la verve ravissante du génie*, nelle conversazioni amichevoli e nelle esecuzioni musicali. Ma tutte queste cose, direbbe Proust, si sono mutate in quello *albâtre translucide des nos souvenirs, duquel nous sommes incapables de montrer la couleur qu’il n’y a que nous qui voyons.*

\*

\*   \*

Renato Caccioppoli non voleva commemorazioni. Egli mi aveva manife-

stato il suo desiderio in forma un po' scanzonata: non gli sembrava cortese imporre agli amici la seccatura di prepararle. E se non fosse che così egli mi lasciava in fondo una certa libertà, non mi sarei prestato al sotterfugio di pubblicare una commemorazione senza leggerla in adunanza. Egli aveva peraltro accettato, in una conversazione con Francesco Giordani, che i diritti dell'Accademia alla propria istoria fossero rispettati attraverso la pubblicazione, nei nostri Rendiconti, dell'elenco delle sue opere. Sempre per riguardo alla storia dell'Accademia ricorderò che egli era socio corrispondente dal 25 febbraio 1947 e nazionale dal 22 agosto 1958; che nel 1929 gli era stato conferito il premio ministeriale per la matematica e nel 1953 quello nazionale della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.



Renato Caccioppoli

# Ricordando Renato Caccioppoli

Giuseppe Scorza Dragoni <sup>21</sup>

... Ho già scritto di Renato Caccioppoli nei Rendiconti dell'Accademia dei Lincei. E quel necrologio è stato poi riprodotto nel secondo volume dei Symposia Mathematica pubblicati da quello che allora era soltanto l'Istituto Nazionale di Alta Matematica e che oggi ripete nel suo il nome del suo fondatore, Francesco Severi. E proprio queste circostanze mi avrebbero indotto a rifiutarmi se avessi ricevuto l'invito formale di ricordare il mio amico in occasione di questi conversari sulla Matematica Italiana degli anni 'venti' e 'trenta': troppo grande sarebbe stato il timore se non la certezza di non saper fare altro che ripetermi.

La defezione imprevista di chi in questo Convegno avrebbe dovuto parlare di alcune ricerche di Renato Caccioppoli; l'invito per me inatteso di ricordarlo anche in questa sede; il pensiero che un ricordo ne fosse più che opportuno; e l'idea che si trattasse di un'improvvisazione senza conseguenze mi fecero prendere la parola. Questa idea doveva rivelarsi sbagliata. Era da immaginarselo, si dirà. Comunque, sono stato poi invitato a scrivere qualche riga sulla falsariga di quell'intervento. E sono ricominciati i timori. Fino a quando non mi dissi che forse il modo migliore per esorcizzarli era di ricopiare francamente la pagina di quel necrologio nella quale parlavo sinteticamente dell'opera matematica di Renato Caccioppoli; e di andare bravamente avanti, sulla falsariga appunto di quel mio intervento.

Ed ecco quella pagina:

---

<sup>21</sup>tratto da: La matematica italiana tra le due guerre mondiali, a cura di A. Guerraggio, 1987.

“Le sue pubblicazioni rivelano una personalità scientifica di un vigore e di una originalità eccezionali. Il suo intuito acutissimo e la vivacissima fantasia gli permettevano di cogliere, nelle quistioni, gli elementi veramente essenziali e di indicare soluzioni fascinosi, facendo progredire intere teorie ed aprendo nuove strade. Così egli si trova ad essere tra i fondatori della teoria moderna della quadratura delle superfici, e si trova ad averla impostata in tal guisa, da averla potuta ampliare in una teoria della misura e dell’integrazione nelle varietà parametriche e da averla potuta affiancare con una teoria della misura e dell’integrazione negli insiemi dimensionalmente orientati. Così egli, guidato da considerazioni intuitivamente semplicissime di topologia funzionale, ha impostato diversi procedimenti generali per lo studio delle quistioni di esistenza che si presentano nelle teorie delle equazioni funzionali, e li ha utilizzati mirabilmente nell’esame di problemi della teoria delle equazioni differenziali, ordinarie o non, e di quella delle equazioni integrali, nella dimostrazione dei teoremi di esistenza per gli integrali abeliani di prima, seconda e terza specie su una superficie di Riemann chiusa, nella dimostrazione dell’esistenza di una superficie chiusa convessa che abbia una metrica riemanniana prefissata. E prima di addentrarci in qualche particolare maggiore rammentiamo i notevoli risultati con cui egli ha arricchito la teoria delle funzioni di variabili reali e quella delle funzioni additive d’insieme. Ricordiamo che egli ha completato un’osservazione famosa di Hartogs dimostrando che i punti singolari di una funzione analitica uniforme di due variabili complesse costituiscono, nel loro insieme, un continuo del piano metrico-proiettivo complesso. Rammentiamo che secondo le parole di Paul Montel la teoria delle famiglie normali di funzioni di più variabili complesse *est dominée par le théorème de Caccioppoli: une famille normale par rapport à chaque variable est normale par rapport à l’ensemble de ces variables*. E finalmente ricordiamo la teoria mirabile e profonda delle funzioni pseudoanalitiche e delle rappresentazioni pseudo-conformi delle superfici riemanniane e quella sull’integrazione e la ricerca delle primitive rispetto ad una funzione continua qualunque, ultima delle costruzioni scientifiche di Renato Caccioppoli”. Questa sintesi, riconosco, è molto rapida. Ma questa sede non mi sembra adatta per entrare di nuovo in particolari maggiori su tutta l’opera matematica del mio amico; e non ho motivi per dare posizioni di privilegio ad alcune invece che ad altre sue ricerche. Piuttosto, qui desidero ricordare un’altra circostanza. Nel necrologio che scrissi per l’Accademia dei Lincei commemorando Luigi Fantappiè si legge a un dipresso che la teoria dei funzionali analitici dal Fantappiè sviluppata si impernia su una formula di struttura per i funzionali analitici lineari; una formula la quale si ricollega, per un verso, a quella elementare di Cauchy, si inquadra, per l’altro, nella moderna teoria generale dei funzionali lineari e costituisce un risultato, che,

nella sua semplicità ed espressività, può di già ben chiamarsi classico. Ebbero: si tratta di parole pressoché testuali che Caccioppoli mi pregò di inserire perché “sia pur per interposta persona” desiderava affermare che si trattava di un bel risultato, bello e notevole: desiderava affermarlo proprio per correggere l'impressione che una sua ormai vecchia polemica poteva aver lasciato.

E per interposta persona io ebbi la ventura di correggere penose impressioni che in altri danneggiavano ingiustamente la figura di Renato Caccioppoli. La storia è un po' lunga. In anni ormai lontani, la familiarità di Caccioppoli con alcune quistioni relative ai funzionali lineari e la curiosità suscitata in lui dai miei studi sull'equazione differenziale poi detta di Thomas-Fermi lo indussero a domandarsi quale potesse essere il fondamento comune di alcuni teoremi sulla presenza di soluzioni per problemi relativi a certe equazioni funzionali. Ricordo ancora quel mattino che, usciti dall'Istituto Matematico dell'Università Partenopea, scendevamo via Mezzocannone e ci domandavamo, quistione da lui proposta, quale potesse essere un primo tipo generale di equazione astratta per il quale potesse essere possibile una risposta positiva al problema della presenza di soluzioni. Sapevamo ben poco allora di topologia funzionale. Potevamo ispirarci soltanto a qualche modello concreto di dimostrazione: per esempio a qualche dimostrazione di un famoso teorema di Peano sulle equazioni differenziali ordinarie. Ed a qualche tal dimostrazione è molto probabile che Caccioppoli si sia ispirato per un primo teorema, il quale, in sostanza, trasporta a certi spazi topologici il teorema di Brouwer sulla presenza di punti uniti nelle trasformazioni univoche e continue dell'elemento  $n$ -dimensionale in sé. Considerazioni analoghe, peraltro, erano già state sviluppate da G.D. Birkhoff, O.D. Kellogg e J.P. Schauder, come Caccioppoli stesso ebbe occasione di ricordare poco dopo. Ma questo per quanto pronto riconoscimento di priorità forse non soddisfece completamente uno studioso straniero; ed una testimonianza mia, di me che avevo visto nascere i lavori di Caccioppoli forse non sarebbe stata così efficace come si rivelò essere un'altra circostanza. E qui una breve digressione. Negli ultimi mesi del 1941 o i primi del 1942 incontrai Béla von Kerékjártò in Roma ed ebbi con lui diversi colloqui, conclusisi, da parte sua, con la notizia che sugli argomenti da noi considerati stava preparando uno scritto per gli *Acta Mathematica*; e con la proposta, che gradii, naturalmente, di istituire una collaborazione sistematica. Purtroppo, eventi bellici mi separarono da lui e da Caccioppoli per diversi anni: Caccioppoli nell'Italia del Sud; io a nord dell'Italia del Nord e von Kerékjártò non so dove. Tornato a Padova, incominciai a consultare accuratamente gli *Acta Mathematica* e quante più altre riviste straniere potessi, teso alla ricerca di quel tale scritto annunciatomi. Incominciai e perseverai. Inutilmente. Mi imbattei invece in quella pagina tremenda dei *Fundamenta Mathematicae*, la V

del volume XXXIII, quello del 1945: *Ce volume est dédié à la Mémoire des Collaborateurs des "Fundamenta Mathematicae", Victimes de la guerre*, ed in quell'elenco impressionante, che in un certo punto recita: *Juliusz P. Schauder, Chargé du cours à l'Université de Lwów, péri entre les mains de la Gestapo à Lwów en septembre de 1943*. Mi imbattei in quella e, dopo anni, in un'altra, dove lessi che von Kerékjártò era morto di stenti nel maggio del 1946 — notizia fomitami da alcune righe pubblicate negli Acta Scientiarum Mathematicarum dell'Università di Szeged: (...) *le 27 mai 1946* -(...) *Béla de Kerékjártò (...) a succombé à une maladie pernicieuse aggravée par la misère des ces dernières années* (ivi; volume XI, quello relativo agli anni 1946/1948; pagina 128). Naturalmente la morte di von Kerékjártò mi commosse e mi dolse. Mi commosse e mi dolse tanto. Ma quando avevo partecipato quella di Schauder a Caccioppoli, io avevo visto Renato piangere. Di quel pianto quello studioso straniero fu informato anni dopo da Carlo Miranda (la persona interposta!). Anni dopo, Caccioppoli era morto da tempo. E quel pianto fece comprendere a quello studioso la profonda ingiustizia dei suoi giudizi temerari.

\* \* \*

Nel secondo volume dei Symposia Mathematica compare anche un articolo su *Contrazioni di poligonal rettilinee e di poliedriche piate*. Vi compare sotto il mio nome e soltanto sotto il mio nome. Forse sarebbe stato più giusto che i nomi fossero due: ma sarebbe anche stato strano far comparire Renato Caccioppoli come coautore di un articolo dedicato al ricordo di Renato Caccioppoli. In quell'articolo parlavo di un problema che aveva attratto la nostra attenzione anni prima. Il problema non lo avevamo risolto, nonostante fosse soltanto un preliminare per una ricerca più ampia (e più ambiziosa, dicevo); e perciò non avevamo pubblicato alcunché sull'argomento. In conclusione, ormai ero il solo depositario di tutte quelle nostre considerazioni. E Carlo Miranda mi andava ripetendo che non potevo correre il rischio di far scomparire con me quanto nessun altro ormai sapeva! In quell'articolo sulle *Contrazioni* ho parlato soltanto del problema preliminare. Ho dedicato cenni alla ricerca più ambiziosa in alcune conferenze su *Il lemma di Sperner: sue implicazioni negli spazi euclidei e questioni connesse* — conferenze lette presso l'Accademia dei Lincei (Contributi del Centro Linceo Interdisciplinare di Scienze Matematiche e loro Applicazioni, n. 43, volume dedicato alle Applicazioni del teorema del punto fisso nell'Analisi Economica; pagine 31/71 — se ne veggano le pagine 67 e 68). In quell'articolo e in queste conferenze ho taciuto soltanto di un ragionamento che Caccioppoli aveva abbozzato per escludere la presenza, in certe poliedriche contratte, di un tipo di pieghe che ci avrebbero dato fastidio — ho taciuto di un suo ragionamento, che non ricordavo bene e che oggi

non ricordo affatto proprio perché era soltanto e grossolanamente abbozzato — di un ragionamento, che avevo a suo tempo considerato bisognoso di forti precisazioni perché le facce proprie positive e negative di una poliedrica piatta orientata non davano luogo a pieghe con facce degeneri, ma due di esse, una positiva e l'altra negativa, potevano essere disgiunte fra di loro ma essere unite da una catena di facce degeneri (un esempio in proposito è esposto appunto nelle pagine 65/66 di quell'articolo sulle *Contrazioni*, al quale purtroppo sono costretto a rimandare per chiarimenti sulla terminologia e per particolari ulteriori).

Questo mio intervento si avvicina al termine. E per concludere è opportuno intanto rifarsi ad un'altra pagina di quel tal necrologio linceo.

Renato Caccioppoli visse in Napoli quasi tutta la sua vita, che chiuse volontariamente, agli 8 di maggio, nel 1959. Egli apparteneva a quella *famille magnifique et lamentable qui est le sel de la terre* e che ci ha dato *tout ce que nous connaissons de grand*, come diceva Marcel Proust parlando dei temperamenti nervosi. E l'idea della morte cercata non era nuova in lui. Un'estate ormai lontana fui per parecchie settimane ospite nella sua casa paterna, invitato dalla madre, che mi desiderava vicino al figlio, preoccupata da propositi manifestati. Fu quella la prima volta che ebbi notizia, notizia indiretta, di propositi tristi. Con me, l'accento preciso ed inequivocabile fu formulato soltanto molti anni più tardi. Non è il caso di riferire qui le parole molto semplici che scambiammo quel giorno. Da allora cercai di incontrarlo anche più spesso. E poiché non mi riusciva di indurlo a partecipare di nuovo alle adunanze di questa nostra Accademia, in loro occasione anticipavo la mia partenza da quella Padova, dove egli mi aveva preceduto ed aveva trascorso, in quattro anni di insegnamento, uno dei periodi migliori della sua vita, e andavo a trovarlo a Napoli, nell'appartamentino che aveva preso, dopo il matrimonio, nel palazzo Cellamare, in Via Chiaia, e dove ormai abitava solo. Ed anche il giovedì del 7 maggio 1959 anticipai al solito la mia partenza, per la adunanza del sabato successivo. Ma quel sabato mi trovai poi a Napoli, in quell'appartamentino. E là seppi che il giorno prima egli era stato visto per Via Chiaia tra il mezzogiorno e l'una (l'ora in cui di solito arrivavo); e che si era dato la morte nel pomeriggio inoltrato (quando ormai non sarei certamente arrivato più). E da allora mi domando se ero atteso; e depreco il contrattempo che mi aveva trattenuto a Roma e mi aveva impedito di recarmi dal più bravo e buono e caro, dal più intelligente dei miei amici, indimenticabile per tutti quelli che lo avevano conosciuto".

Quale il contrattempo? E che importa? Importa che quel venerdì finii col dover riconoscere come ormai si fosse fatto troppo tardi per andare a Napoli; e col passare il pomeriggio in un cinema, ora scomparso, il Plaza, nella odierna

Via del Corso, allora il Corso Umberto I. Il film: *Come sposare una figlia*, una *sophisticated comedy* - il titolo originale: *The reluctant debutant*; il regista: Vincente Minelli; la figlia: Sandra Dee; il padre: Rex Harrison; la madre: Kay Kendall, l'attrice che, se la memoria non mi inganna, di lì a due anni sarebbe morta di leucemia. E la mattina dopo, la mattina di quel sabato, mentre mi recavo al Ministero per una pratica che interessava la Facoltà di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali dell'Università di Padova, sfogliavo distrattamente un giornale, scorrendone di sfuggita i titoli. Ma improvvisamente tornai indietro di una pagina. Eh, no! quell'articolo dovevo leggerlo! Il titolo diceva soltanto che un professore dell'Università di Napoli si era tolto la vita! Ed uno capace di farlo io lo conoscevo! E la tragica conferma! E la partenza immediata per Napoli! E quell'appartamentino!

\* \* \*

Di qualche anno più anziano di me, Renato Caccioppoli mi era stato anche maestro di critica cinematografica. Ancora giovinetto, mi era bastato vedere con lui e sentir commentare da lui quel *L'aquila dei mari* e quel *Aurora* (il famoso *Sunrise* di Friedrich Wilhelm Pompe, *alias* Friedrich Wilhelm Murnau), per apprendere come si guarda un film. E forse anche per questo il ricordo di quel venerdì pomeriggio trascorso in quel cinema romano mi perseguitò per anni. Fino a quando non scrissi quel necrologio linceo, che lo soppiantò con le sue prime due pagine. Due pagine che per settimane mi andai recitando nei momenti di solitudine. Ormai oggi guardo con serenità a quella ed alle altre morti che mi sono compagne. Tante. Tante, come quelle che accompagnano chiunque abbia raggiunto un'età avanzata.

# Tra studio e politica: per una biografia di Giuseppe Zwirner

GIULIA SIMONE

Università di Padova

E-mail: iuliasimone@gmail.com

**Sommario:** *Giuseppe Zwirner è conosciuto ai più come l'autore di numerosi manuali di matematica sui quali si sono formate generazioni di studenti. Meno noto, invece, è il suo percorso universitario, che raggiunge l'apice tra il 1952 ed il 1975, quando Zwirner giunge a occupare la cattedra, prima a Ferrara e poi a Padova, di Analisi matematica, algebrica e infinitesimale. Quasi del tutto inesplorata è, infine, la sua attività politica: antifascista durante il regime all'interno delle fila di "Giustizia e Libertà" e, in seguito, figura di riferimento del Partito d'Azione durante la Resistenza.*

*Basandosi su documenti inediti rinvenuti negli archivi, il saggio intende offrire un primo tassello per una biografia a tutto tondo di Giuseppe Zwirner. Se ne ricostruirà il percorso didattico all'Università di Padova, in particolare sottolineando il contesto culturale in cui si è formato: i docenti di cui ha seguito i corsi e che lo hanno guidato mentre muoveva i primi passi della sua carriera scientifica. Si farà poi luce sul suo impegno politico durante il fascismo e la Resistenza: è anche grazie all'operato di Giuseppe Zwirner se oggi l'Università di Padova – unica tra le Università italiane – possa fregiarsi della medaglia d'oro al valor militare per la sua partecipazione alla lotta di liberazione.*

**Abstract:** *Giuseppe Zwirner is known to the wide public as the author of fundamental mathematical textbooks adopted by generations of students. By contrast, his university career is less known, even though he was a professor of mathematical analysis at the Universities of Ferrara and Padova between 1952 and 1975. What remains unexplored is his political activism: he was an important member of the antifascist parties "Giustizia e Libertà" and "Partito d'Azione".*

*The aim of this study is to outline a biography of Giuseppe Zwirner, largely based on unpublished documents. In this framework, the Faculty of Mathematics at the University of Padova has a crucial importance both for Zwirner's intellectual growth (he benefited from the mentoring of brilliant professors) and for his anti-fascist activities. And thanks to the political choice he (and other students and professors) made in favour of freedom and democratic principles, the University of Padova was awarded a gold medal for military valour at the end of World War II, the only university to receive such an honour in Italy.*

## Premessa

Giuseppe Zwirner è conosciuto ai più come l'autore di importanti manuali di matematica, sui quali si sono formate generazioni di studenti. Molti – compresa la sottoscritta – hanno studiato “sullo Zwirner”: il

cognome, tramite una metonimia, si è trasformato nella cosa prodotta. Ma dietro a un manuale c'è il suo autore, con il suo vissuto.

Obiettivo di questo scritto è disegnare – a grandi pennellate – l'itinerario culturale e politico di Zwirner, da giovane studente proveniente dalla provincia veneta, fino al suo impegno politico di antifascista e durante la Resistenza, passando per la docenza in un Ateneo prestigioso come quello patavino.

Accettato: il 13 marzo 2018.



FIGURA 1 – Ritratto di Giuseppe Zvirner.

Tale contributo si struttura in tre parti: nella prima, vi si tratteggia la formazione scolastica; si prende, quindi, in esame il percorso scientifico di Zvirner, che raggiunge l'apice tra il 1952 e il 1975, quando giunge a occupare la cattedra di Analisi matematica, algebrica e infinitesimale, prima a Ferrara e poi a Padova. La terza parte, infine, è dedicata alla sua attività politica, fino a oggi quasi del tutto inesplorata. Durante gli anni del regime, Zvirner ha avuto, invece, un ruolo di spicco quale antifascista legato a «Giustizia e Libertà» e, successivamente, quale figura di riferimento del Partito d'Azione nel Comitato interpartitico padovano (divenuto in seguito il Cln mandamentale).

Grazie al rinvenimento di documenti per lo più inediti custoditi negli archivi, il saggio intende offrire un primo tassello per una biografia a tutto

tondo di Giuseppe Zvirner. Per ricostruire il percorso didattico all'Università di Padova, è stato essenziale tratteggiare il contesto culturale in cui Zvirner si è formato, mettendo a fuoco i docenti che lo hanno guidato mentre muoveva i primi passi della sua carriera scientifica. Emerge la rilevanza della sede patavina quale scuola di matematica. Zvirner ha operato in un Ateneo fondamentale anche sul versante politico: è anche grazie all'operato del matematico durante la lotta di liberazione se oggi l'Università di Padova – unica tra le Università italiane – può fregiarsi della medaglia d'oro al valor militare per il suo impegno contro il nazi-fascismo.

### Gli studi e la formazione universitaria

Giuseppe Zvirner nasce a Ospedaletto Euganeo, in provincia di Padova, il 19 luglio 1904. Gli Zvirner, il cui cognome ha chiare origini tedesche, discendono da un gruppo di austriaci che erano rimasti in Italia all'indomani dell'annessione del Veneto al Regno di Vittorio Emanuele II<sup>(1)</sup>. Il padre di Giuseppe, Serafino, è un impiegato; la madre, Maria Angela (detta Emma) Spigolon, una casalinga<sup>(2)</sup>. Giuseppe cresce a Ospedaletto fino al 1912, quando la famiglia abbandona la provincia per trasferirsi a Padova nella casa di via Vescovado. È nel capoluogo che Zvirner compie gli studi, ottenendo la licenza della sezione

<sup>(1)</sup> È quanto emerso dal convegno «Giuseppe Zvirner. Uomo politico in 'Giustizia e Libertà' e impegnato nel Cln padovano», tenutosi nel Comune di Ospedaletto Euganeo il 29 aprile 2017. In quella occasione l'amministrazione comunale ha intitolato la Sala civica del palazzo municipale al concittadino, insigne matematico. È grazie alla partecipazione al convegno in qualità di relatrice che chi scrive ha potuto approfondire la figura di Zvirner. Ringrazio sentitamente per questo l'amministrazione comunale nella figura del sindaco, Giacomo Scapin, per l'opportunità data. Ringrazio inoltre Franca Cosmai, Francesco Baldassari, Franco Cardin, Giovanni Focardi e Carlo Fumian, per indicazioni e consigli e per aver reso possibile questa pubblicazione.

<sup>(2)</sup> Le informazioni anagrafiche e famigliari di Giuseppe Zvirner sono tratte dal suo fascicolo personale di studente dell'Ateneo di Padova: ARCHIVIO GENERALE DELL'ATENEO DI PADOVA (d'ora in poi AGPD), *Archivio del Novecento, Facoltà di Scienze mm. ff. mm., fascicoli studenti*, matr. 162/13, fasc. «Giuseppe Zvirner».

Fisico-Matematica dell'Istituto tecnico "G.B. Belzoni"<sup>(3)</sup>. Il certificato di licenza riporta i seguenti voti: 7 per gli esercizi di chimica; 6 in disegno architettonico; 10 in fisica complementare; 6 in lettere italiane; 6 in tedesco; 8 in matematica e infine 7 in educazione fisica<sup>(4)</sup>. Scorrendo l'elenco dei voti emergono già le passioni del giovane Zwirner, vale a dire lo studio delle materie scientifiche.

Agli inizi degli anni Venti, il diploma ottenuto in un istituto tecnico dava accesso alla laurea in Chimica, in Fisica, in Matematica, in Chimica e Farmacia, in Scienze naturali, nonché agli studi di Ingegneria e al diploma di Farmacista. Per le altre lauree, invece, era necessaria la licenza liceale. Di lì a poco, tuttavia, le cose sarebbero cambiate radicalmente: in seguito alla promulgazione della riforma

<sup>(3)</sup> L'istituto, il primo istituto tecnico nel Veneto, aveva aperto i battenti a Padova nel 1869. Voluta fortemente da Domenico Turazza, docente universitario di Geodesia e Idrometria, nonché fondatore nel 1875 della Scuola di applicazione per gli ingegneri associata all'Università di Padova (e dal 1890 senatore del Regno), la scuola inizialmente prevedeva corsi triennali; questo sino al 1872, quando divennero quadriennali. Lo studente poteva scegliere tra tre sezioni, che rispecchiavano le caratteristiche economiche del territorio veneto su cui il diplomato sarebbe andato a operare: ragioneria e commercio; agronomia; fisico-matematica. Quest'ultima sezione era la più prestigiosa perché dava accesso all'Università: sui banchi di quella sezione hanno studiato «i figli della nobiltà e della ricca borghesia (Dondi dell'Orologio, Emo Capodilista, Manfredini, Trieste, Wollenberg, Treves...), i quali [...] conviv[evano] con figli di mezzadri, merciai, osti, impiegati, senza che si registr[asse] mai alcun episodio di insofferenza». Sui quei banchi sedette anche Zwirner. Egli fu tra gli ultimi studenti a poter frequentare la sezione fisico-matematica: con la riforma Gentile del 1923, infatti, la sezione fu soppressa per creare il liceo scientifico. Tra gli ex alunni eccellenti, oltre a Zwirner, l'istituto può vantare il nome di Giuseppe Colombo, "il meccanico del cielo", divenuto consulente dei maggiori centri spaziali degli Stati Uniti. Per una breve storia dell'Istituto tecnico di Padova e per la citazione cfr. M. XAUSA BATTAGLIN, *Cenni storici sull'Istituto tecnico "G.B. Belzoni" di Padova*, «Padova e il suo territorio», XXVI, 149 (febbraio 2011), p. 27-30.

<sup>(4)</sup> AGPd, *Archivio del Novecento, Facoltà di Scienze mm.ff.nn., fascicoli studenti*, matr. 162/13, fasc. «Giuseppe Zwirner», diploma di licenza fisico-matematica, Padova, 3 febbraio 1923.

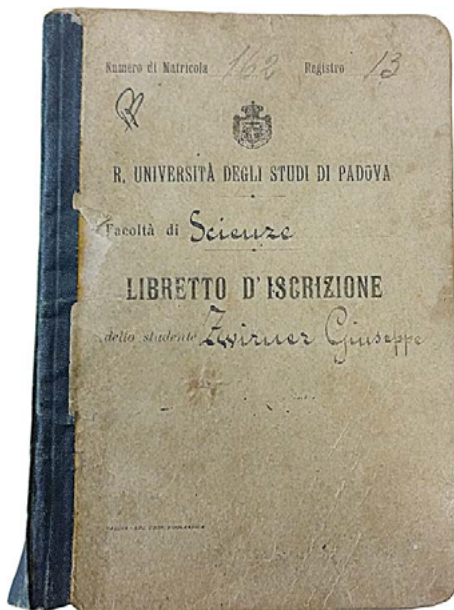


FIGURA 2 – Libretto universitario di Giuseppe Zwirner.

ma Gentile del 1923, infatti, solamente i possessori del diploma di liceo classico avrebbero potuto accedere a tutte le Facoltà, mentre ai possessori del diploma di istituto tecnico la scelta sarebbe stata limitata unicamente ad Agraria, Economia e Commercio, e Statistica<sup>(5)</sup>.

La scelta fatta da Zwirner è perfettamente in linea con i risultati ottenuti alla scuola superiore ed è indicativa dei propri interessi di studio: infatti, nell'autunno del 1922, fa domanda alla segreteria del Bo per essere immatricolato alla Facoltà di Scienze fisiche, matematiche e naturali. La Facoltà allora rilasciava quattro lauree quadriennali: in matematica, in fisica, in chimica e in scienze naturali.

<sup>(5)</sup> Cfr. A. SCOTTO DI LUZIO, *La scuola degli italiani*, il Mulino, Bologna, 2007 e J. CHARNITZKY, *Fascismo e scuola. La politica scolastica del regime (1922-1943)*, La nuova Italia, Scandicci, 1996.

Come matricola, Zwirner è tenuto a seguire il biennio preparatorio, che permette anche di accedere alla Scuola di applicazione per gli ingegneri. Dopo aver pagato 150 lire di tassa di immatricolazione ottiene il numero di matricola: 162/13. Assieme a Zwirner, nell'anno accademico 1922-1923, si immatricolano alla sezione di Ingegneria 92 studenti; tra queste vi è solo una donna. Complessivamente in Ateneo sono iscritti 2.810 studenti, di cui 664 donne<sup>(6)</sup>.

Le lezioni iniziano il 6 novembre 1922 e terminano il 15 giugno 1923. Zwirner si trova a studiare in un ambiente che era già un centro qualificato sul piano scientifico a livello nazionale e internazionale. Il settore della matematica era quello di più alto livello della Facoltà. Tra i docenti che Zwirner ha l'opportunità di ascoltare a lezione, molti si erano perfezionati in Germania con Klein, Weierstrass, Kronecker e, una volta rientrati a Padova, «innovarono metodi e temi, articolando ulteriormente gli insegnamenti»<sup>(7)</sup>.

Come matricola, il piano di studi prevede unicamente corsi obbligatori: con Gregorio Ricci Curbastro, Zwirner si trova a preparare Analisi algebrica e gli Esercizi d'analisi<sup>(8)</sup>; poi c'è il corso di Geometria analitica e gli annessi Esercizi con Ugo

Amaldi<sup>(9)</sup>; la Geometria descrittiva e gli Esercizi di descrittiva sono tenuti da Annibale Comessatti, appena giunto ad insegnare a Padova<sup>(10)</sup>; la Chimica la si studia con Arturo Miolati<sup>(11)</sup>; la Fisica

---

all'ordinariato nel 1890 sulla cattedra di Algebra complementare, conservando comunque l'incarico dell'insegnamento della Fisica matematica. Ricci si è dedicato prevalentemente allo studio della geometria differenziale, introducendo il concetto di sistemi covarianti o controvarianti, oggi denominati tensori. Assieme a Tullio Levi Civita, suo allievo e poi collaboratore, nel 1901 pubblica il fondamentale trattato sul calcolo differenziale assoluto con coordinate, il cui linguaggio è alla base della teoria della relatività generale di Einstein e che dà a Ricci, e alla Facoltà patavina, fama internazionale. Si veda M. REALDI, *Ricci-Curbastro Gregorio*, in *Clariiores. Dizionario biografico dei docenti e degli studenti dell'Università di Padova*, a cura di P. DEL NEGRO, Padova University Press, Padova, 2015 (d'ora in poi *Clariiores*), p. 277-278.

<sup>(6)</sup> Ugo Amaldi (1875-1957), veronese, ha studiato prima a Pavia, poi a Bologna, dove si laurea in Analisi sotto la guida di Salvatore Pincherle. Libero docente in Algebra e Geometria analitica, giunge a Padova nel 1919 come ordinario di Geometria descrittiva fino al 1922, quando passa alla cattedra di Geometria analitica. È in tale ruolo che lo studente Zwirner lo frequenta. Nel 1924 si trasferisce a Roma, prima alla Facoltà di Architettura, poi a quella di Scienze. Collega e amico di Tullio Levi Civita, anch'egli giunto da Padova a insegnare nella capitale, i due firmano assieme nel 1931 la voce *Calcolo differenziale assoluto* per l'Enciclopedia Treccani. Cfr. la voce biografica di U. BALDINI, *Amaldi Ugo*, in *Clariiores*, p. 28.

<sup>(10)</sup> Annibale Comessatti (1886-1945), si laurea a Padova nel 1908 sotto la supervisione di Francesco Severi. Assistente di Severi, nel 1920 vince il concorso per la cattedra di Analisi algebrica e Geometria analitica all'Università di Cagliari. Giunge a Padova nel 1922 per l'insegnamento della Geometria descrittiva, per poi passare già dal 1924 alla cattedra di Geometria analitica e proiettiva. Considerato «uno dei geometri italiani più originali del secolo XX», annovera tra i propri allievi Ugo Morin e Mario Baldassarri. Cfr. U. BALDINI, *Comessatti Annibale*, in *Clariiores*, p. 103-104, da cui è tratta la citazione.

<sup>(11)</sup> Arturo Miolati (1869-1956), si diploma ingegnere chimico nel 1889 al Politecnico federale di Zurigo, conseguendo l'anno successivo anche il dottorato in Filosofia (sezione di scienze) nella locale Università. Dopo un lungo periodo come preparatore e assistente a Roma a fianco di Stanislao Cannizzaro, nel 1902 vince la cattedra di Elettrochimica a Torino (talì cattedre erano state istituite da poco, nel 1901). Collaboratore del chimico svizzero Alfred Werner (premio Nobel nel 1913), Miolati ottiene che le proprie ricerche di chimica organica e inorganica trovino ampia applicazione in campo industriale durante la Prima guerra mondiale. Intanto, nel 1917, si trasferisce a Padova alla cattedra di Chimica generale. Cfr. A. BASSANI, *Miolati Arturo*, in *Clariiores*, p. 231.

---

<sup>(6)</sup> Annuario della R. Università degli studi di Padova per l'anno accademico 1922-23 (DCCI dalla fondazione), Padova, Tipografia antoniana, 1923, p. 176 in cui compare il nome di Giuseppe Zwirner.

<sup>(7)</sup> U. BALDINI, *Scienze matematiche, fisiche e naturali, Agraria*, in *L'Università di Padova. Otto secoli di storia*, a cura di P. DEL NEGRO, Signum Padova, Padova, 2001, p. 259-274; la citazione è a p. 269. Per l'importanza della scuola matematica patavina a livello nazionale e internazionale cfr. F. BALDASSARI, *La stagione d'oro della matematica a Padova*, p. 77-96 e M. ROSATI, *Le istituzioni accademiche della matematica nell'Università di Padova dalla fondazione della Facoltà di Scienze ad oggi*, p. 97-106, entrambi in UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA. DIPARTIMENTO DI MATEMATICA PURA E APPLICATA, *I matematici nell'Università di Padova dal suo nascere al XX secolo*, Esedra, Padova, 2008; cfr. inoltre *La matematica in Italia (1800-1950)*, a cura di E. GIUSTI, L. PEPE, Polistampa, Firenze, 2001, p. 52-53.

<sup>(8)</sup> Gregorio Ricci Curbastro (1853-1925), proveniente da una delle più importanti e influenti famiglie romagnole, si è formato alla Scuola superiore di Pisa, dove ha studiato con Enrico Betti, Ulisse Dini e Ernesto Padova. Dopo un periodo di perfezionamento in Germania, giunge a Padova nel 1880, quale professore straordinario di Fisica matematica. Passa

sperimentale (è un corso biennale) con Giuseppe Vicentini<sup>(12)</sup>; infine, il Disegno d'ornato e di architettura con Guido Fondelli<sup>(13)</sup>. Tra lezioni ed esercitazioni, tutta la settimana è trascorsa in Facoltà, compreso il sabato (Fondelli, ad esempio, fa lezione proprio il sabato, fino alle 18).

Non potendo qui tratteggiare per ciascun docente una sua, seppur breve, biografia (si rimanda in nota), è però doveroso soffermarsi sulla figura del preside della Facoltà in cui studia Zwirner. A guidare questo insigne gruppo scientifico è l'ingegnere Emanuele Soler. Siciliano di nascita (è nato a Palermo nel 1867), nel capoluogo siculo si è laureato prima in Ingegneria civile e in seguito in Matematica. Nel 1902 ha vinto il concorso in Geodesia all'Università di Messina, dove è divenuto ordinario nel 1906 e direttore del Gabinetto di Geodesia dal 1907. In seguito al terremoto del 1908 che colpisce Messina, nel 1909-1910 è comandato alla cattedra di Geodesia dell'Università di Padova, dove ha come assistente Giovanni Silva (che di Soler terrà la commemorazione al Bo nel 1940, anno della morte

del maestro). Soler decide di fermarsi definitivamente a Padova e rimane in Facoltà fino al 1937, anno del suo collocamento a riposo. È preside di Facoltà dal 1915 al 1925 (dunque durante gli anni di studio di Zwirner), prorettore d'Ateneo nel 1926 (durante il rettorato di Emilio Bodrero) e rettore dal 1927 al 1929. Oltre agli incarichi istituzionali di natura apicale, Soler è da ricordare anche per la sua importante attività scientifica: le sue ricerche in geodesia erano rivolte al piano gravimetrico, e a lui si deve l'introduzione in Italia della bilancia gravimetrica di Eötvös, grazie alla quale ha potuto condurre studi sulla forma della Terra e la costituzione della crosta terrestre, ottenendo numerosi riconoscimenti internazionali. È stato inoltre direttore della sezione di geodesia e topografia dell'Enciclopedia italiana. La sua importanza di studioso è riconosciuta nel 1934 con la nomina a senatore del Regno<sup>(14)</sup>.

Torniamo al giovane Zwirner. Dopo il biennio, per lui giunge il momento della scelta dell'indirizzo di laurea: opta per la matematica. Nel suo programma di studi per l'a.a. 1924-1925 compaiono nuovi corsi tenuti da altri docenti eccellenti per l'epoca: innanzitutto, può perfezionarsi in Analisi superiore con Giuseppe Vitali, uno degli analisti più celebri, appena giunto a Padova (proprio nel 1925) alla cattedra di Analisi infinitesimale e Algebra<sup>(15)</sup>. Zwirner ha, poi, la possibilità di seguire le lezioni

---

<sup>(12)</sup> Giuseppe Vicentini (1860-1944), laureatosi a Padova in Fisica nel 1882, torna a Padova quale docente di Fisica sperimentale nel 1894, dopo aver lavorato a Torino, Cagliari e Siena. Nell'Ateneo patavino, oltre a dirigere il Gabinetto di Fisica, fonda l'Osservatorio geodinamico (1895). È uno sperimentatore: studioso dei gas, conduce ricerche sui raggi x, non appena la scoperta è resa nota nel 1895. Si occupa inoltre di sismologia, inventando microsismografi che gli portano gran fama a livello europeo. Durante la guerra è autore di numerosi dispositivi per le applicazioni belliche. Cfr. F. MARCON, *Vicentini Giuseppe*, in *Clariore*, p. 345.

<sup>(13)</sup> Guido Fondelli è nato ad Arezzo nel 1873 e giunge a Padova nel 1913 quale responsabile della scuola di Disegno e Ornato. Nel 1915 vince, quale architetto, il progetto per ampliare il palazzo del Bo lungo la Riviera dei Ponti Romani e via Cesare Battisti (tale ala è chiamata tutt'oggi "ala Fondelli"). Nel 1920 è incaricato dell'insegnamento della composizione architettonica alla Scuola di applicazione per gli ingegneri di Padova. Oltre a Palazzo del Bo, Fondelli ha operato, tra il 1922 e il 1930, per la realizzazione del complesso che ancora oggi è sede della biblioteca Pinali e degli Istituti anatomici. Cfr. A. FAVARO, *I professori della R. Università di Padova nel 1922*, Stabilimenti poligrafici riuniti, Bologna, 1922, p. 83; V. DAL PIAZ, *Il palazzo del Bo: evoluzione di una fabbrica*, in *Il palazzo del Bo. Storia, architettura e restauri della facciata*, a cura di C. SEMENZATO, Marsilio, Venezia, 1989, p. 45-85.

---

<sup>(14)</sup> Mi permetto di rinviare a G. SIMONE, *Soler Emanuele*, in *Clariore*, p. 305-306.

<sup>(15)</sup> Giuseppe Vitali (1875-1932) è stato allievo della Scuola Normale Superiore, laureandosi nel 1899. Per due anni assistente di Ulisse Dini, ha poi optato per l'insegnamento nei licei. Solo nel 1923 vince la cattedra di Analisi infinitesimale all'Università di Modena. Giunge a Padova nel 1925, dove fonda il Seminario matematico, diventandone il primo direttore. Già nel 1930, per ragioni famigliari, decide di lasciare Padova e di trasferirsi all'Ateneo bolognese. Ha prodotto lavori significativi e innovativi sulla teoria delle funzioni analitiche, le funzioni di variabile reale, la teoria della misura e dell'integrazione. In Italia, tuttavia, ha lavorato in un clima di isolamento perché i temi su cui vertevano le sue indagini sono parsi importanti solo in seguito; al contrario, i suoi studi erano ben conosciuti all'estero, in particolare da Henri Léon Lebesgue e dal gruppo di studiosi che a lui faceva riferimento. Cfr. U. BALDINI, *Vitali Giuseppe*, in *Clariore*, p. 347-348. Si veda,

di Astronomia e di Meccanica superiore con Antonio Maria Antoniazzi (l'ordinario di Astronomia che, nonostante i mezzi tecnici non all'altezza delle proprie ricerche, ha ottenuto risultati conosciuti in tutto il mondo «grazie soprattutto alla cura matematica che poneva nella riduzione dei dati»<sup>(16)</sup>); quelle del preside Soler per l'esame di Geodesia e infine il corso di Fisico-matematica tenuto da Ernesto Laura, ordinario di Meccanica razionale.

Intanto, nel 1925 Zwirner è riformato alla leva. Senza altre preoccupazioni può dedicarsi totalmente agli studi. E i risultati brillanti non mancano: scorrendo i voti riportati sul suo libretto universitario, spiccano i 30 in Analisi algebrica, Geometria analitica (dove ottiene anche la lode), Geometria descrittiva (anche qui con lode), Fisica sperimentale, Calcolo infinitesimale, Meccanica razionale, Geometria proiettiva, Fisica sperimentale (ottica), Astronomia, Fisico-matematica, Geometria superiore, Analisi superiore (con lode), Geodesia teoretica. Gli unici due esami in cui prende un voto al di sotto del 30 sono Chimica generale inorganica (28) e Disegno d'ornato e d'architettura (27)<sup>(17)</sup>.

Conclusi gli esami, è tempo di affrontare la tesi di laurea. Su cosa concentrarsi? Zwirner presenta in sede d'esame una tesi – tutta scritta a mano – dal titolo «Sulle occultazioni di stelle per la Luna». Lo studente vuol spiegare, in termini matematici, l'osservazione dell'occultazione di una stella da parte della luna, individuando con precisione l'istante in cui la stella, presa come oggetto di osservazione, è coperta dalla luna e l'istante in cui torna nuovamente visibile. Per fare questo, elabora numerose equazioni ed esempi numerici, che compongono la *magna*

*pars* dell'elaborato finale. Alla tesi lo studente ha l'obbligo di affiancare tre “tesine”; Zwirner presenta «Sul teorema fondamentale dell'algebra» al professor Vitali; «Parabole che hanno il carattere di spirali logaritmiche: determinazione delle spirali logaritmiche algebriche» a Comessatti e lo studio «Proiezioni di Lagrange» a Soler.

La commissione di laurea giudica eccellenti questi lavori e il complessivo percorso di studi compiuto da Zwirner: il 27 novembre 1928 si laurea con lode in Matematica pura. È l'unico laureato in matematica con la lode della sessione autunnale del 1928<sup>(18)</sup>.

Ma chi ha guidato il giovane studioso nella preparazione di una tesi così brillante? Dal campo dei fatti documentati, bisogna ora spostarsi in quello delle supposizioni. All'epoca di Zwirner, infatti, non era prassi consolidata indicare il relatore della tesi. Nella copia cartacea dell'elaborato, che è depositata presso gli archivi storici dell'Ateneo di Padova, Zwirner riporta unicamente i nomi dei commissari presenti alla sua dissertazione.

Mancano, dunque, le fonti primarie; inoltre, nemmeno quelle secondarie, come le commemorazioni (dove spesso si ricorda il percorso accademico di uno studioso, sottolineando il ruolo avuto da chi lo ha formato), in questo caso aiutano. Nelle sue disposizioni, Zwirner, infatti, ha indicato di non volere commemorazioni ufficiali in Ateneo. La volontà del matematico è stata rispettata: negli annuari, la sua figura non viene ricordata. Una traccia, seppur minima, è invece reperibile negli atti dell'Istituto veneto di scienze, lettere ed arti di Venezia, di cui Zwirner fu socio. All'indomani della morte del matematico, avvenuta a Padova il 1° novembre 1979, l'Istituto commemora il proprio socio con un breve scritto (nemmeno una pagina) a firma di Giuseppe Scorza Dragoni. Quest'ultimo, che come vedremo, aveva frequentato a lungo Zwirner, si limita a indicare pochi cenni anagrafici, dicendoci unicamente che il matematico padovano si è laureato nel 1928. Scorza Dragoni, fedele alle disposizioni di Zwirner (ribadisce che «egli non

---

inoltre, la commemorazione tenuta da Angelo Tonolo (in «Rendiconti del Seminario matematico dell'Università di Padova», 3, 1932, p. 67-81), a indicarci una “genealogia” accademica che, come vedremo, da Vitali porta a Zwirner, passando per Tonolo.

<sup>(16)</sup> Antoniazzi era un innovatore anche nel campo didattico: ai suoi studenti forniva «nuovi e più funzionali strumenti matematici per affrontare le problematiche e i calcoli dell'astronomia classica»: V. ZANINI, *Antoniazzi Antonio Maria*, in *Clariores*, p. 31.

<sup>(17)</sup> AGPd, *Archivio del Novecento, Facoltà di Scienze mm.ff.nm., fascicoli studenti*, matr. 162/13, fasc. «Giuseppe Zwirner», libretto universitario.

---

<sup>(18)</sup> Annuario della R. Università degli studi di Padova per l'anno accademico 1928-29 (DCCVII dalla fondazione), Padova, Tipografia editrice Antoniana, 1929, p. 194.

desiderava commemorazioni») ci offre soltanto un elenco di pubblicazioni<sup>(19)</sup>.

Poca cosa. Torniamo, dunque, alla composizione della commissione di laurea e da lì proviamo a ragionare su chi possa essere stato colui che ha guidato Zwirner nell'ultimo anno di studi. Tra i commissari troviamo alcuni docenti già presentati in questo scritto, vale a dire Miolati, Soler, Laura, Comessatti, Vitali e Silva. Completano poi la commissione Luigi De Marchi (che insegna Geografia fisica), Giovanni Bordiga (Geometria proiettiva), Angelo Tonolo (che è incaricato di Analisi algebrica), Tullio Gnesotto (Fisica sperimentale) e Sante Luigi Da Rios (Meccanica razionale). Vagliando i nomi dei commissari, quello che probabilmente ha seguito più assiduamente Zwirner è Angelo Tonolo. Questi, infatti, nell'a.a. 1928-1929 è incaricato a Padova di Analisi algebrica, ma è anche professore di Analisi infinitesimale e incaricato di Matematica per chimica all'Università di Ferrara (città in cui andrà ad insegnare anche Zwirner, come vedremo in seguito). Tonolo conosce bene lo studente Zwirner e ne apprezza sicuramente il ragionare. È stato Tonolo, infatti, ad aver esaminato più volte il giovane, durante gli esami di Geometria analitica, Analisi infinitesimale, Meccanica razionale, Fisica matematica, Geometria superiore e Analisi superiore. Il rapporto tra docente e studente è dunque ben consolidato. Comuni, poi, sono gli interessi di ricerca: Tonolo dal 1929 a Padova insegna anche Calcolo infinitesimale ed è autore di studi «riguardanti principalmente l'analisi superiore, la fisica matematica, la geometria differenziale e la geodesia, che gli valsero numerosi riconoscimenti»<sup>(20)</sup>. A dimostrazione, infine, del profondo legame tra Tonolo e Zwirner è il fatto che sia proprio quest'ultimo a firmare la commemorazione tenuta al Bo e all'Accademia patavina di scienze lettere ed arti, all'indomani della morte di Tonolo,

---

<sup>(19)</sup> G. SCORZA DRAGONI, *Giuseppe Zwirner (1904-1979)*, in ISTITUTO VENETO DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI, *Atti*, Tomo CXXXVIII, *Parte generale e atti ufficiali*, CXLII, a.a. 1979-80, Istituto veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Venezia, 1980, p. 87-93.

<sup>(20)</sup> A. MAGGIOLÒ, *I soci dell'Accademia Patavina dalla sua fondazione (1599)*, Accademia Patavina di Scienze Lettere ed Arti, Padova, 1983, p. 334. Si veda inoltre la voce di U. BALDINI, *Tonolo Angelo*, in *Clariiores*, p. 325.

avvenuta nel 1962. In quella occasione, Zwirner ricorda di essere stato assistente di Tonolo e poi suo collega di Facoltà e di sentirsi a lui legato «da grande amicizia e da devota riconoscenza»<sup>(21)</sup>.

## La carriera accademica

All'indomani del conseguimento della laurea, inizia immediatamente per Zwirner la carriera accademica. Tra il 1928 e il 1933 è assistente degli analisti più importanti presenti in Facoltà. Collabora, infatti, con Giuseppe Vitali (il fondatore del Seminario matematico), Angelo Tonolo e Renato Caccioppoli<sup>(22)</sup>. Il matematico napoletano – della stessa età di Zwirner e in procinto di divenire uno dei «più notevoli matematici italiani del medio Novecento, per originalità di contributi e per il ruolo di raccordo con i progressi internazionali in settori chiave della ricerca» – nel 1930 giunge a Padova quale incaricato di Analisi algebrica. Caccioppoli rimane in città solo per quattro anni (nel 1934 è nuovamente a Napoli a insegnare Teoria dei gruppi, Analisi superiore e Analisi matematica), ma la sua forte personalità avrà senz'altro influenzato i colleghi, Zwirner compreso<sup>(23)</sup>.

Dal 1933 al 1947 Zwirner continua a essere l'assistente di Tonolo e dal 1936 collabora poi con Giu-

---

<sup>(21)</sup> G. ZWIRNER, *Angelo Tonolo (1885-1962)*, in *Annuario per l'anno accademico 1963-64 DCCXXII dalla fondazione*, Tipografia del Seminario, Padova, 1964, p. 837-844. La commemorazione è poi riportata anche in *Atti e memorie dell'Accademia patavina di Scienze lettere ed arti già Accademia dei Ricovrati*, a.a. 1963-64, CCCLXV dalla fondazione, vol. LXXVI, parte I, *Atti*, Società cooperativa tipografica, Padova, 1964, p. 38-47.

<sup>(22)</sup> Porta la firma congiunta di Vitali e di Tonolo la richiesta al rettore affinché Zwirner possa tenere le esercitazioni per gli studenti di Analisi algebrica e Analisi infinitesimale: AGAPD, *Professori di ruolo e incaricati cessati*, sc. 226, fasc. «Giuseppe Zwirner».

<sup>(23)</sup> Sulla complessa figura di Renato Caccioppoli che, tranne per la breve parentesi patavina, ha insegnato sempre a Napoli, cfr. A. FIGÀ TALAMANCA, *Caccioppoli, Renato*, in *Dizionario biografico degli italiani*, 16, 1973, p. 41-44; U. BALDINI, *Caccioppoli Renato*, in *Clariiores*, p. 73-74, da cui è tratta la citazione nel testo; C. SBORDONE, *Renato Caccioppoli nel centenario della nascita*, «Bollettino U. M. I.», s. VIII, vol. VII-A, agosto 2004, p. 193-214.

seppe Scorza Dragoni, straordinario di Analisi matematica. Nel mezzo c'è la caduta di Mussolini, l'8 settembre e la guerra, ma in questa parte di storia – volutamente – le vicende politiche rimangono sullo sfondo. Si vuol invece sottolineare il percorso di crescita accademica di Zwirner a fianco di queste personalità. Il palermitano Scorza Dragoni ha collaborato con Francesco Severi (i due nel 1933 hanno firmato assieme un trattato di analisi matematica<sup>(24)</sup>), Caccioppoli e Vitali; a Padova sarà l'ordinario di Analisi matematica per tutto il secondo dopoguerra, fino al 1962, quando si trasferirà a Roma. È stato autore di pregevoli lavori, specialmente sulla teoria delle equazioni differenziali. Zwirner segue l'attività scientifica di Scorza Dragoni: tra gli anni Trenta e Quaranta conduce la propria attività di ricerca principalmente sulle equazioni differenziali ordinarie e a derivate parziali, i cui risultati sono pubblicati con sistematicità sui «Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova»<sup>(25)</sup>.

Oltre a essere assistente ordinario presso la cattedra di Calcolo infinitesimale, il giovane Zwirner

è incaricato di tenere il corso di Istituzioni di matematiche ai chimici per tutti gli anni Trenta. Quando la Facoltà, nell'immediato dopoguerra, si trova a dover formulare un giudizio sul lavoro svolto da Zwirner, si esprime in questi termini lusinghieri: «Le sue lezioni brillavano per chiarezza, rigore ed efficacia, cosicché esse erano sempre molto frequentate dagli studenti»<sup>(26)</sup>. Emerge sempre più la grande capacità di Zwirner di «tradurre» il linguaggio matematico in termini fruibili e accessibili agli studenti, dote non comune ad altri suoi (pur brillanti) colleghi.

Prosegue nella carriera accademica: nel 1940 è libero docente in Analisi matematica algebrica e infinitesimale e nel 1942 è invitato da Severi a Roma al convegno internazionale di matematica. Nel 1948 si trasferisce a Ferrara, quale straordinario presso la cattedra di Analisi matematica, e vi rimane fino al 1962, divenendo, dalla fine degli anni Quaranta, direttore dell'Istituto matematico. A Ferrara, dal 1927, insegna anche Tonolo, fino al 1956. A Padova, Zwirner mantiene comunque l'incarico di insegnamento di Istituzioni di matematiche. Per un breve periodo – nell'a.a. 1945-1946 – insegna anche Analisi matematica algebrica a Trieste, dove Ugo Morin sta potenziando le matematiche, affidando incarichi di docenza ai suoi colleghi di Padova<sup>(27)</sup>. Con la città di San Giusto, Zwirner ha avuto un legame particolare: lì è nata nel 1914 Lucia Metelli, che Zwirner sposa (sempre a Trieste) il 7 giugno 1943, poche settimane prima che la grande Storia travolga l'Italia. La famiglia Zwirner (che intanto si allarga: nel 1944 nasce la figlia Emma, nel 1951 il figlio Mario) risiede comunque a Padova: Lucia Metelli insegna alla scuola magistrale, il professore alla Facoltà di Scienze.

Dopo aver superato indenne la guerra, la vita accademica di Zwirner riprende un corso regolare. Nel 1952 dà alle stampe il suo primo grande compendio di insegnamenti per gli studenti universitari: *Istituzioni di matematiche*. Particolarità e chiave del successo del testo è la presenza di «numerosi esercizi e problemi risolti e proposti».

<sup>(24)</sup> F. SEVERI, G. SCORZA DRAGONI, *Lezioni di analisi*, Bologna, Zanichelli, 1933. Cfr., inoltre, F. SEVERI, *La Matematica Italiana nell'ultimo ventennio*, «Gli Annali della Università d'Italia» (numero speciale *Scienza e università italiane in un ventennio di regime fascista 1922-1942*), a. IV (1943), p. 83-91.

<sup>(25)</sup> Solo per citare alcuni esempi cfr. G. ZWIRNER, *Sull'equazione a derivate parziali delle superficie minime*, «Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova», vol. 4 (1933), p. 140-154; Id., *Un criterio di esistenza per un problema di valori al contorno per equazioni differenziali del secondo ordine*, «Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova», vol. 10 (1939), p. 55-64; Id., *Sopra un teorema sulle equazioni differenziali del secondo ordine*, «Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova», vol. 10 (1939), p. 65-68; Id., *Criteri d'unicità per gli integrali d'un sistema di equazioni differenziali ordinarie*, «Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova», vol. 11 (1940), p. 90-96; Id., *Su un problema di valori al contorno per equazioni differenziali ordinarie di ordine n*, «Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova», vol. 12 (1941), p. 114-122; Id., *Sopra il problema di Nicoletti per una particolare classe di equazioni differenziali a derivate parziali*, «Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova», vol. 14 (1943), p. 17-36.

<sup>(26)</sup> AGAPD, *Professori di ruolo e incaricati cessati*, sc. 226, fasc. «Giuseppe Zwirner», dichiarazione a firma del rettore, Padova 4 luglio 1947.

<sup>(27)</sup> U. BALDINI, *Giuseppe Zwirner*, in *Clariores*, p. 359.

È un boom editoriale: l'opera è più volte ristampata e sarà utilizzata da generazioni di studenti fino agli anni Settanta. Zwirner stringe un sodalizio con la casa editrice che ha creduto alla sua opera divulgativa, la patavina Cedam. Sarà questa, infatti, dal 1952 fino al 1979, a pubblicare tutte le opere di Zwirner rivolte agli studenti: oltre ai giovani iscritti all'Università, Zwirner spiega la matematica – con strumenti specifici e un linguaggio adeguato – agli studenti dei licei scientifici (*Complementi di algebra e nozioni di analisi matematica*, 1959); degli istituti tecnici industriali e nautici (*Complementi di matematica*, 1959); delle scuole magistrali (*Algebra*, 1960); medie inferiori (*Algebra*, firmato assieme a Aldo Stefanutti, 1961). È grazie a questi (e molti altri) volumi, che la firma di Zwirner comincia ad essere indissolubilmente associata, nell'immaginario collettivo, alla manualistica e alla divulgazione della matematica.

Il 1952, anno della prima pubblicazione con la Cedam, è anche l'anno di svolta della sua carriera accademica: è nominato ordinario di Analisi matematica, algebrica e infinitesimale all'Università di Ferrara da una commissione composta da Mauro Picone (Università di Roma)<sup>(28)</sup>, Angelo Tonolo (per l'Università di Padova) e Gianfranco Cimmino (Università di Bologna)<sup>(29)</sup>. Al concorso presenta undici pubblicazioni, raggruppabili in tre ambiti. Una prima serie di lavori riguarda la geometria infinitesimale relativa a curve dello spazio ordinario. Un secondo gruppo di pubblicazioni analizza dei criteri di unicità e di confronto per gli integrali. Infine, gli altri lavori presentati analizzano equazioni a derivate parziali e equazioni differenziali. La commissione riassume così il giudizio complessivo sul candidato: «la ricerca è molto ben condotta e i risultati sono notevoli sia dal punto di vista dell'analisi pura, sia da quello applicativo a problemi della meccanica». Ma su tutto, emergono «le doti di chiarezza e di efficacia esplicate dallo Zwirner nelle sue lezioni» che «appaiono veramente eccezionali». A voti unanimi è promosso ad ordinario<sup>(30)</sup>.

<sup>(28)</sup> Picone era stato il maestro di Caccioppoli.

<sup>(29)</sup> AGAPD, *Professori di ruolo e incaricati cessati*, sc. 226, fasc. «Giuseppe Zwirner», relazione della commissione giudicatrice per la promozione del prof. Giuseppe Zwirner ad ordinario, Roma 28 febbraio 1952.

<sup>(30)</sup> *Ibidem*.

Dieci anni dopo, nel 1962, Zwirner fa domanda per la cattedra di Analisi algebrica infinitesimale della Facoltà di Padova. Scorza Dragoni, in procinto di trasferirsi a Roma, si dichiara «lieto» che il Consiglio di Facoltà abbia acconsentito alla chiamata di Zwirner<sup>(31)</sup>. Anche questa volta il consenso è unanime e dal novembre Zwirner torna a insegnare a Padova, quale ordinario. Dal 1968 al 1970 è direttore dell'Istituto di Analisi matematica, di Meccanica razionale e di Fisica matematica. Rimane in Facoltà fino al 1975, quando va fuori ruolo.

Alla ricerca, alla didattica e alla pubblicazione di manuali, Zwirner per tutti gli anni Sessanta e Settanta ha affiancato un'attività particolare, quale quella della docenza a Mogadiscio.

Negli anni Cinquanta l'Italia aveva assunto l'Amministrazione fiduciaria della Somalia, in quanto ex madrepatria. Tra le varie forme di cooperazione internazionale, tipiche del processo di decolonizzazione, vi era la cooperazione legata al campo dell'istruzione: l'Università di Padova, assieme a quella di Roma, era stata scelta dal ministero degli Affari esteri per creare una vera e propria Università nazionale somala, gestita da italiani, con lo scopo di formare funzionari e tecnici somali. I primi a giungere in Somalia con questo compito erano stati il preside della Facoltà di Scienze politiche di Padova, Ettore Anchieri, e il giurista Giuseppe Bettiol. A Mogadiscio è fondata inizialmente una Scuola di preparazione politica e amministrativa e, dall'a.a. 1954-1955, apre i battenti l'Istituto universitario della Somalia. La Somalia nel 1960 ottiene l'indipendenza, ma rimane la presenza dell'Università di Padova nel campo dell'istruzione superiore. L'Istituto universitario, che nel 1970 assume il nome di Università Nazionale Somala, è pensato, creato e organizzato dall'Italia e vi insegnano unicamente docenti italiani<sup>(32)</sup>.

Tra coloro che giungono spesso in Africa vi è Zwirner. La permanenza del matematico in Somalia

<sup>(31)</sup> AGAPD, *Facoltà di Scienze mm. ff. nn., Verbali del Consiglio di Facoltà*, seduta del 2 luglio 1962.

<sup>(32)</sup> Sull'Università di Mogadiscio, con particolari riferimenti alla sua nascita e alla complessa questione dell'atteggiamento dei docenti italiani (incluse malcelate accuse di neocolonialismo), mi permetto di rinviare a G. SIMONE, «La Facoltà Cenerentola». *Scienze politiche a Padova dal 1948 al 1968*, FrancoAngeli, Milano, 2017, p. 83-89.

è costante: vi si reca per lezioni, conferenze e anche per gli esami, con periodi di soggiorno che possono durare anche alcune settimane<sup>(33)</sup>. E dal 1975, quando diviene docente fuori ruolo, Zwirner ottiene il compito specifico di coordinare l'insegnamento della matematica a Mogadiscio<sup>(34)</sup>. L'insegnamento – sua missione di vita – lo vede impegnato fino al 1979 quando muore a Padova.

### L'antifascismo e la militanza politica durante la Resistenza

Per contestualizzare il ruolo politico avuto da Zwirner e la sua scelta antifascista, bisogna innanzitutto delineare l'ambiente in cui il matematico si è trovato a operare. Non è certo questa la sede per ricostruire la storia dell'antifascismo universitario padovano; tuttavia è necessario enucleare – seppur brevemente – i problemi e gli snodi tematici insiti nella categoria di «antifascismo» che si vuol applicare all'istituzione universitaria. Solo in un secondo momento sarà possibile inquadrare con più pertinenza l'operato di Zwirner tra gli anni Venti e Quaranta.

Durante il fascismo l'Ateneo di Padova è guidato da cinque rettori<sup>(35)</sup>, il più longevo dei quali è Carlo Anti, con un rettorato più che decennale (1932-1943). Anti plasma in chiave fascista il Bo, spingendo docenti e studenti a dare concreta attuazione alla dottrina dell'uomo «nuovo» fascista<sup>(36)</sup> (a questo proposito, fondamentale è il potenziamento della Facoltà di Scienze politiche, che proprio nel 1933 da Scuola diviene Facoltà, al cui interno compare, tra

gli altri, il corso di Storia e dottrina del fascismo)<sup>(37)</sup>. La politica fascista entra così in maniera pervasiva al Bo: quella di Padova negli anni Trenta è la terza Università del Regno per numero di iscritti ed è al secondo posto, dopo Roma, per numero di studenti registrati al Guf. E nel 1938, l'Università di Padova fa propria totalmente, e in maniera zelante, la politica antisemita del regime, attuando i provvedimenti di espulsione nei confronti dei propri docenti – impoverendo la cultura italiana di scienziati che spesso non fanno ritorno a Padova –, di studenti e personale «di razza ebraica», espellendo dalle aule del Bo oltre 200 persone<sup>(38)</sup>.

In riferimento all'ambiente universitario, è difficile poter utilizzare la categoria di «antifascismo» nel suo senso più alto<sup>(39)</sup>. Innanzitutto, perché l'antifascismo dichiarato è stato un fenomeno che ha riguardato uno sparuto gruppo di docenti e – per effetto di esili ed espulsioni – è stato circoscritto agli anni iniziali del regime (Silvio Trentin spicca fra questi<sup>(40)</sup>). Dal 1931, quando avviene la «resa

---

<sup>(37)</sup> Mi permetto di rinviare a G. SIMONE, *Fascismo in cattedra. La Facoltà di Scienze politiche di Padova dalle origini alla Liberazione (1924-1945)*, Padova University Press, Padova, 2015.

<sup>(38)</sup> Per l'applicazione delle leggi razziali all'Università di Padova cfr. A. VENTURA, *Il fascismo e gli ebrei. Il razzismo antisemita nell'ideologia e nella politica del regime*, Donzelli, Roma, 2013. Per i docenti non strutturati espulsi, figure meno trattate dalla storiografia, e per la componente studentesca mi permetto di rinviare a G. SIMONE, *Studenti e docenti ebrei espulsi dall'Università di Padova*, «Quaderni per la storia dell'Università di Padova», 47 (2014), p. 165-182. Sulla fascistizzazione delle istituzioni accademiche la bibliografia è vasta; ci si limita a fare riferimento, per i matematici italiani tra le due guerre mondiali, a *La matematica in Italia*, cit., p. 70-75 e a A. GUERRAGGIO, P. NASTASI, *Matematica in camicia nera. Il regime e gli scienziati*, Mondadori, Milano, 2005 (in particolare p. 230-247 per l'applicazione delle leggi razziali del 1938).

<sup>(39)</sup> Sulla complessità nel definire l'atteggiamento degli intellettuali di fronte al fascismo cfr. A. VENTURA, *Sugli intellettuali di fronte al fascismo negli ultimi anni del regime*, in Id., *Intellettuali. Cultura e politica tra fascismo e antifascismo*, Donzelli, Roma, 2017, p. 171-191.

<sup>(40)</sup> Nel 1926 Silvio Trentin, allora docente di Diritto pubblico presso l'Istituto Superiore di Commercio a Venezia, prende la decisione di dimettersi come forma di protesta

---

<sup>(33)</sup> AGAPd, *Professori di ruolo e incaricati cessati*, sc. 226, fasc. «Giuseppe Zwirner», Urgentissima del direttore generale per la cooperazione culturale, scientifica e tecnica del ministero degli Affari esteri al ministero della Pubblica Istruzione e al rettorato dell'Università di Padova, oggetto: «Assistenza tecnica Somalia», 8 febbraio 1972, in cui si chiede il nulla osta alla partenza di Zwirner.

<sup>(34)</sup> AGAPd, *Facoltà di Scienze mm. ff. nn.*, *Verbali del Consiglio di Facoltà*, seduta del 22 aprile 1975.

<sup>(35)</sup> Luigi Lucatello; Emilio Bodrero; Emanuele Soler; Giannino Ferrari dalle Spade; Carlo Anti.

<sup>(36)</sup> C. SAONARA, *Una città nel regime fascista. Padova 1922-1943*, Marsilio, Venezia, 2011, p. 190.

dei conti”, all’Università di Padova, la più numerosa e importante del Triveneto, nessuno si rifiuta di prestare giuramento al regime<sup>(41)</sup>: lo stesso Zwirner, difatti, presta giuramento «di essere fedele al Re, ai suoi Reali successori ed al Regime Fascista»<sup>(42)</sup>.

Ma, anche posto che sia possibile operare un discrimine netto tra fascismo e antifascismo, resta da interrogarsi se abbia un senso applicare la categoria dell’antifascismo all’istituzione universitaria, che, per essere un apparato dello Stato, dipendeva rigidamente dall’esecutivo e non aveva – né poteva avere – alcun grado di autonomia rispetto alle sue direttive. A seguito della riforma Gentile, gli elementi chiave del sistema universitario erano di nomina ministeriale (come il rettore, i presidi, alcuni elementi del Consiglio di amministrazione: lo stesso bilancio doveva ottenere il placet del ministro); inoltre, le nuove leggi sulla burocrazia equiparavano il docente universitario all’impiegato statale fascista.

In questo contesto, nell’Ateneo di Padova alcuni docenti riescono comunque a far circolare idee non allineate ai dettami del regime: «i focolai più attivi dell’antifascismo democratico» sono l’Istituto di Farmacologia, il seminario di Matematica (che allora aveva sede nel Palazzo del Bo) e l’Istituto di Filosofia del diritto<sup>(43)</sup>. Già nella giovinezza, tra il

1924 e il 1925, Zwirner decide di militare contro il fascismo, prendendo parte all’esperienza di «Italia libera», il movimento costituito a Firenze, che ha tra i suoi dirigenti Carlo Rosselli e Piero Jahier: Zwirner ha il compito di propagandare idee antifasciste, scrivendo frasi contro il regime sui muri di Padova e diffondendo clandestinamente il periodico fiorentino «Non mollare»<sup>(44)</sup>. Con le “leggi fascissime” del 1926, Zwirner perde contatto con il gruppo toscano e si avvicina, invece, al gruppo di «Giustizia e Libertà», con l’incarico di tenere i contatti e informare di eventuali “malumori” della popolazione il Comitato antifascista presente in Francia<sup>(45)</sup>.

Zwirner matura la sua formazione antifascista frequentando, proprio al Seminario matematico, uomini come Ernesto Laura<sup>(46)</sup>, Eugenio Curiel<sup>(47)</sup>, Ugo Morin<sup>(48)</sup>; e a Farmacia, dove insegna le Matematiche per chimici e naturalisti, Zwirner può accostarsi a Egidio Meneghetti, il cattedratico

---

contro il processo di fascistizzazione del mondo universitario. Sebbene l’anno prima (1925) ben 143 docenti antifascisti (tra cui lo stesso Trentin) avessero sottoscritto il Contromanifesto redatto da Benedetto Croce, in antitesi a quello di Giovanni Gentile, soltanto pochi – appena tre: Silvio Trentin, Gaetano Salvemini e Francesco Saverio Nitti – decidono di abbandonare l’insegnamento quando, per legge, è chiesto a tutti i funzionari dello Stato di attenersi all’ideologia politica fascista.

<sup>(41)</sup> Sul giuramento cfr. E. SIGNORI, *Università e fascismo, in Storia delle Università italiana*, a cura di G. P. BRIZZI, P. DEL NEGRO, A. ROMANO, Sicania, Messina, 2007, p. 397-406; G. BOATTI, *Preferirei di no. Le storie dei dodici professori che si opposero a Mussolini*, Einaudi, Torino, 2001; H. GOETZ, *Il giuramento rifiutato. I docenti universitari e il regime fascista*, La nuova Italia, Firenze, 2000.

<sup>(42)</sup> AGAPD, *Professori di ruolo e incaricati cessati*, sc. 226, fasc. «Giuseppe Zwirner», processo verbale di prestazione di giuramento.

<sup>(43)</sup> A. VENTURA, *Padova*, Laterza, Roma-Bari, 1989, p. 349.

---

<sup>(44)</sup> G. A. CISOTTO, “Solo uomini di buona volontà”. *Il Partito d’azione veneto (1942-1947)*, Viella, Roma, 2014, p. 20. Sul foglio clandestino fiorentino cfr. «Non mollare» (1925). *Con saggi di Gaetano Salvemini, Ernesto Rossi e Piero Calamandrei*, a cura di M. FRANZINELLI, Bollati Boringhieri, Torino, 2005.

<sup>(45)</sup> F. FELTRIN, *La lotta partigiana a Padova*, a cura di B. FELTRIN e A. MAISTRELLO, Cleup, Padova, 2017, Tomo I, p. 164.

<sup>(46)</sup> Ernesto Laura nel 1925 è stato tra i firmatari del manifesto Croce degli intellettuali antifascisti.

<sup>(47)</sup> Curiel è stato assistente di Ernesto Laura alla cattedra di Meccanica razionale e dal 1935 è incaricato di Matematiche complementari. Dal 1938 non è più presente in Facoltà, in quanto ebreo espulso a seguito dell’entrata in vigore della legislazione razziale. Su posizione antifascista, aderisce al Pci clandestino, per poi accostarsi ai socialisti. Arrestato nel 1939, subisce il confino a Ventotene. Con la caduta di Mussolini torna operativo alla guida dell’organizzazione giovanile del Pci. Trova la morte a Milano il 24 febbraio 1945, ucciso dalla milizia fascista. Si veda N. BRIAMONTE, *Curiel, Eugenio*, in *Dizionario biografico degli italiani*, 31, 1985, p. 437-441.

<sup>(48)</sup> Ugo Morin già dall’anteguerra è su posizioni azioniste e dopo l’8 settembre 1943 entra in clandestinità operando per la Resistenza quale membro del Comitato di liberazione nazionale di Padova. Si veda F. STERPETTI, *Morin, Ugo*, in *Dizionario biografico degli italiani*, 76, 2012, p. 848-850.

di Farmacologia e futura guida della Resistenza nel Veneto<sup>(49)</sup>.

In buona sostanza, però, per cogliere l'antifascismo dell'istituzione bisogna attendere il crollo del regime e l'armistizio: è qui che l'intero sistema viene messo alla prova e che l'esperienza universitaria – anche pregressa – diventa il motore di una scelta.

Gli studi sul caso patavino relativi al periodo resistenziale sono consistenti, dato che Padova coordinava e guidava la Resistenza nel Veneto e che in città il centro operativo era all'interno dell'Università. Questi lavori hanno prestato particolare attenzione allo studio dei protagonisti di quegli anni – docenti e assistenti – grazie anche alla pubblicazione delle loro biografie e memorie: figure come quelle di Concetto Marchesi, Norberto Bobbio, Egidio Meneghetti, Manara Valgimigli, Luigi Cosattini, Ernesto Laura, Enrico Opocher, Lanfranco e Paola Zancan, Otello Pighin, Ezio Franceschini – solo per citarne alcuni – rimandano immediatamente alle vicende resistenziali. Si consideri infine, il fatto che la Brigata Giustizia e Libertà intitolata a Silvio Trentin è nata in ambito universitario. Tutti questi elementi fanno sì che il Bo si erga a centro nevralgico della Resistenza veneta<sup>(50)</sup>.

Tra questi nomi spesso non compare quello di Zwirner, che, invece, ha avuto un ruolo importante e significativo, divenendo la figura di riferimento del Partito d'Azione nel Comitato interpartitico padovano<sup>(51)</sup>. Quindi proviamo a tratteggiarne, brevemente, la figura di politico.

---

<sup>(49)</sup> Cfr. C. SAONARA, *Egidio Meneghetti. Scienziato e patriota combattente per la libertà*, Istituto veneto per la storia della Resistenza e dell'età contemporanea e Cleup, Padova, 2003.

<sup>(50)</sup> Si veda la pubblicazione curata dall'Istituto per la storia della Resistenza nelle Tre Venezie, *L'Università di Padova per la Resistenza*, Padova, Marsilio, 1965, nel quale è pubblicato il discorso tenuto da Enrico Opocher l'8 febbraio 1964, in occasione della celebrazione del ventesimo anniversario della «resistenza universitaria», alla presenza del Presidente della Repubblica Segni.

<sup>(51)</sup> Per l'appartenenza di Zwirner al Partito d'Azione si veda CENTRO DI ATENEIO PER LA STORIA DELLA RESISTENZA E DELL'ETÀ CONTEMPORANEA (d'ora in poi CASREC), Archivi della Resistenza 1943-1945, Cln di Padova, b. 4 (ex b. 169), fasc. 13 «Schede informative sui membri del Cln periferici». Al CASREC è conservato un consistente ar-

Il primo scossone forte in città avviene nella notte del 25 luglio 1943. Immediatamente si rianimano e si ricostituiscono i partiti che erano stati messi fuori legge dal regime, come il Partito liberale, che è riorganizzato da Guido Lucatello (giurista dell'Ateneo) e da Giuseppe Prosdocimi. L'autorità pubblica, tuttavia, non vuole che le manifestazioni popolari, esplose spontanee alla notizia della caduta di Mussolini, si trasformino in occasioni di rivolta contro l'ordine costituito. Per evitare ogni infiltrazione antifascista che possa incitare la popolazione alla ribellione, dunque, la polizia arresta in maniera preventiva coloro che sono ritenuti dei potenziali sobillatori, individuandoli tra coloro che si erano già esposti durante il fascismo. Tra questi vi è Giuseppe Zwirner, che viene incarcerato assieme all'azionista Attilio Gallo e al comunista Renato Avigliano<sup>(52)</sup>.

Rimesso in libertà, il matematico riesce a partecipare alla manifestazione che è organizzata il 28 agosto all'Università: in quell'occasione, è preso di mira il rettore Anti – colui che ha rappresentato il fascismo – che si trova costretto a rimanere chiuso nel suo studio per cinque ore, finché fuori si inscena la protesta. A capo di un centinaio di studenti, che sono poi arrestati per qualche ora, c'è Zwirner, assieme a Bobbio e Morin: questi si riuniscono al Bo per chiedere le dimissioni del rettore. Come ci indica una testimone di allora, la studentessa Maria Teresa Rossetti, gli studenti accettano la presenza di Zwirner e si fanno guidare dal docente, perché trovano «coerente» il gesto di ribellione compiuto

---

chivio con importanti documenti del periodo clandestino e carte provenienti dagli uffici dei Cln (regionale e provinciali), attivi fino alle elezioni amministrative del 1946. Per l'operato del Partito d'Azione in Veneto cfr. *Giustizia e Libertà e Partito d'Azione a Venezia e dintorni*, a cura di R. BIONDO, M. BORGHI, Nuova Dimensione, Portogruaro, 2005, in particolare A. ZANON DAL BO, *Il Partito d'Azione a Venezia dalle origini all'inizio della Resistenza armata*, p. 25-37. Il Partito d'Azione trova terreno fertile tra la borghesia intellettuale; a Padova, in particolare, mette radici tra i professori dell'Università: M. REBERSCHAK, *I quarantacinque giorni e la ripresa dei movimenti politici, in Padova nel 1943. Dalla crisi del regime fascista alla Resistenza*, a cura di G. LENCI E G. SEGATO, Il Poligrafo, Padova, 1996, p. 159-161.

<sup>(52)</sup> REBERSCHAK, *I quarantacinque giorni*, cit., p. 161.

dal matematico rispetto «alle parole che tante volte aveva detto» contro il regime<sup>(53)</sup>.

Le riunioni sono all'ordine del giorno in quella tumultuosa estate del 1943. Si avvia una nuova fase di lotta ed è creato il Comitato interpartitico padovano (che dura fino all'aprile 1944, quando è sostituito dal Cln mandamentale), al cui interno il Partito d'Azione è rappresentato dai docenti Giuseppe Zvirner e Norberto Bobbio. Quando, poi, il 20 agosto il Partito d'Azione si riunisce a Venezia per rendersi regionale, ancora una volta a rappresentare Padova c'è Zvirner, ora assieme a Morin<sup>(54)</sup>.

Intanto, il 1° settembre 1943 il governo del maresciallo Badoglio nomina rettore il latinista Concetto Marchesi, che aveva operato durante il regime quale antifascista legato al Pci. Marchesi nomina i presidi e alla Facoltà di Scienze sceglie Ernesto Laura, noto per il proprio antifascismo.

L'altra cesura netta avviene l'8 settembre 1943: con la firma dell'armistizio, Padova è occupata dai tedeschi ed entra nel controllo della neocostituita Repubblica Sociale Italiana.

Marchesi rimane alla testa dell'istituzione universitaria e il 9 novembre, inaugurando il 722° anno accademico, tiene un acceso discorso, che è stato letto dagli antifascisti come una dichiarazione di guerra contro gli oppressori. Intanto il rettore, minacciato di arresto, è costretto ad allontanarsi da Padova e l'Università vive il suo momento più buio. Prima di entrare in clandestinità, il rettore Marchesi si era appellato agli studenti e li aveva spronati a divenire parte attiva nella lotta contro l'oppressione nazi-fascista. I giovani rispondono alla chiamata ed è stato altissimo il contributo (spesso di sangue) degli studenti alla Resi-

stenza. Rischiano molto anche i docenti e il personale tecnico amministrativo, che hanno diversi ruoli nell'attività cospirativa: alcuni sono uccisi, la maggior parte è controllata e spesso incarcerata.

Questo è il clima in cui si trova a operare Zvirner. Sul fine del 1943 il matematico è attestato quale «esponente di massimo spicco» del Partito d'Azione padovano<sup>(55)</sup>. Difatti, egli accetta il compito di fare la spola tra Montagnana (dove si è rifugiato, a seguito dell'arresto subito a Padova il 20 novembre 1943) e il capoluogo (dove ha sede la «regia» delle operazioni di resistenza).

A fianco dell'attività organizzativa resistenziale in ambito universitario, Zvirner ha poi il ruolo di guida sul mandamento di Montagnana. A Montagnana, dopo l'8 settembre, agiscono squadre autonome senza un nome preciso, dove è predominante l'egemonia comunista. Vi opera anche il Partito d'Azione che ha trovato un fertile terreno su cui attecchire (la zona, infatti, è «terra di tradizioni laiche ed anticlericali»<sup>(56)</sup>), mentre nella vicina Este è consolidata l'egemonia della Dc. Ecco che quando si costituisce il Cln di Montagnana, nell'estate del 1944, Antenore (il nome in codice di Egidio Meneghetti), dà i pieni poteri militari a Zvirner, che funge da collegamento diretto con il Cln provinciale e regionale. Quale organizzatore delle forze partigiane del mandamento di Montagnana, Zvirner ha il compito di dirigere l'attività antifascista e antitedesca, di coordinare le brigate partigiane e di ricercare i campi più adatti per gli aviolanci alleati<sup>(57)</sup>. È nell'abitazione di Zvirner a Montagnana che, nel settembre 1944, si riuniscono tutti i capi degli esponenti del Cln e i capi delle formazioni partigiane operative tra Este e Montagnana, al fine di concordare un piano di sabotaggio di tutti i ponti ferroviari e stradali dell'area, fino al confine con la provincia di Vicenza e alla ferrovia Legnaro-Rovigo<sup>(58)</sup>. La

---

<sup>(53)</sup> Secondo Lucatello, gli studenti erano 150 e tra questi compare anche Antonio Fiorazzo, iscritto a Ingegneria, che morirà come partigiano a Ponte di Brenta: CASREC, *Archivi della Resistenza, Raccolta anni 1943-45*, b. 65 (zona Padova), fasc. «Carte Lucatello». Per il ricordo di Maria Teresa Rossetti cfr. P. GIOS, *Il diario di Maria Teresa Rossetti: una giovane intellettuale tra fascismo e antifascismo*, in *Sulla crisi del regime fascista 1938-1943. La società italiana dal «consenso» alla Resistenza*, a cura di A. VENTURA, Marsilio, Venezia, 1996, p. 460.

<sup>(54)</sup> G. A. CISOTTO, *Nella giustizia la libertà. Il Partito d'azione a Vicenza (1942-1947)*, Cierre, Sommacampagna, 2010, p. 53.

---

<sup>(55)</sup> T. MERLIN, *Lotta di classe e guerra di liberazione nell'estense-montagnese (25 luglio 1943-10 novembre 1944)*, Centro studi Ettore Luccini, Padova, 1997, p. 9.

<sup>(56)</sup> Ivi, p. 26.

<sup>(57)</sup> Ivi, p. 75 e FELTRIN, *La lotta partigiana a Padova*, cit., Tomo II, p. 1550. Si veda inoltre F. SELMIN, *La Resistenza tra Adige e Colli Euganei*, Cierre, Sommacampagna, 2005.

<sup>(58)</sup> FELTRIN, *La lotta partigiana a Padova*, cit., Tomo III, p. 1641.

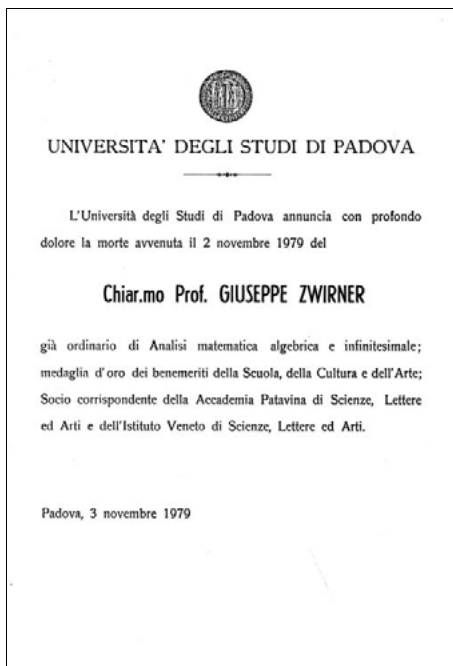


FIGURA 3 – Necrologio.

repressione nazi-fascista che segue è spietata e inizia il terribile inverno del 1944, con l'avanzata alleata che subisce un lungo arresto, attestato dal "proclama Alexander" del 13 novembre, con il quale si dichiarava conclusa la campagna estiva degli eserciti alleati e si esponevano – di fatto – le formazioni partigiane alle rappresaglie nazi-fasciste.

Scarsi sono i documenti attestanti l'attività di Zwirner in quei lunghi e freddi mesi: era il momento dell'azione e della cospirazione, che non doveva essere documentata, pena la morte. Il matematico, solo decenni successivi dopo quei tragici mesi, ha ricordato l'immensa fatica nel trovare delle case in cui alloggiare i partigiani, dato che la popolazione era terrorizzata dalle potenziali ritorsioni nazi-fasciste. Egli, tuttavia, aveva mantenuto saldo il suo ruolo di guida, continuando a raggiungere il capoluogo per

partecipare alle riunioni del Cln provinciale, rischiando ogni volta la cattura<sup>(59)</sup>.

Quando nell'aprile 1945 finalmente scatta l'offensiva alleata, i tedeschi in ritirata abbandonano la bassa padovana lasciandosi alle spalle una lunga scia di sangue: il 25 aprile 1945 è compiuta una strage a Megliadino San Vitale, mentre il 27 aprile le stragi avvengono a Santa Margherita d'Adige, Ponso, Banne, Este.

All'annuncio dell'arrivo degli alleati, Zwirner ha il compito di raggiungere Padova. Tuttavia, il 27 aprile, l'insurrezione lo coglie nei pressi di Este: lì rimane bloccato e, per precauzione, si rifugia in un collegio<sup>(60)</sup>.

Intanto, in quello stesso giorno, a Padova, il Cln provinciale assume finalmente i poteri di governo provvisorio e designa le nuove autorità cittadine: il sindaco della Padova liberata è il comunista Giuseppe Schiavon, i vicesindaci sono Luigi Carraro per la Dc e Giuseppe Zwirner per il Partito d'Azione<sup>(61)</sup>. Al matematico è così riconosciuto pubblicamente il suo ruolo di guida durante la Resistenza. Finalmente Zwirner può tornare a Padova e operare alla luce del sole: era *ridiventato* un uomo libero<sup>(62)</sup>.

Nel dopoguerra, Zwirner continua a rappresentare il Partito d'Azione, nonostante il cattivo risultato ottenuto in Veneto alle elezioni politiche e alle amministrative del 1946. Nel novembre 1946, in occasione del secondo congresso regionale del partito, Zwirner è eletto vice-segretario assieme all'avvocato Alberto Cosattini, mentre segretario è nomi-

<sup>(59)</sup> Cfr. l'intervista a Giuseppe Zwirner in M. SARTORI, *La Resistenza nella città di Padova (settembre 1943-aprile 1945)*, II. *Appendice di documenti e testimonianze*, tesi di laurea, Facoltà di Magistero, relatore Paolo Pecorari, a.a. 1980-1981.

<sup>(60)</sup> MERLIN, *Lotta di classe e guerra di liberazione nell'estense-montagnese*, cit., p. 75.

<sup>(61)</sup> F. AGOSTINI, *Il governo locale nel Veneto all'indomani della Liberazione. Strutture, uomini e programmi*, FrancoAngeli, Milano, 2012, p. 145. Cfr. inoltre le memorie del sindaco G. SCHIAVON, *Autobiografia di un sindaco. I «Quaderni» ritrovati del primo sindaco di Padova libera*, Centro studi Ettore Luccini-II Poligrafo, Padova, 1995, p. 219-222.

<sup>(62)</sup> Il riferimento è a N. BOBBIO, *Eravamo ridiventati uomini. Testimonianze e discorsi sulla Resistenza in Italia 1955-1999*, a cura di P. IMPAGLIAZZO, P. POLITO, Einaudi, Torino, 2015.

nato il filosofo Enrico Opocher, futuro rettore dell'Ateneo di Padova sul finire degli anni Sessanta. Tale segreteria, che conferma la "matrice intellettuale" del partito, rimane in carica fino al luglio 1947.

A seguito della rottura in differenti e opposte visioni emerse durante il congresso nazionale di Roma dell'aprile 1947, nell'ottobre seguente il Partito d'Azione si scioglie e i più passano al Psi<sup>(63)</sup>. Tra i transfughi della federazione padovana vi è Zwirner, che si candida quale socialista alle elezioni amministrative che si tengono a Padova nel 1951<sup>(64)</sup>. Oltre al matematico, seguono il medesimo itinerario (dal Partito d'Azione al Psi) anche Meneghetti e Morin. Di fronte alla diaspora azionista, tuttavia, Zwirner si allontana dalla politica attiva. È finita un'epoca.

Si impegna in prima persona, invece, per l'istituzione e la promozione dell'Istituto veneto per la storia della Resistenza, che è fondato nel giugno 1949 presso l'Università di Padova, unica tra le Università italiane a essere decorata di medaglia d'oro al valor militare per la sua partecipazione alla lotta di liberazione. Zwirner ha fatto parte del comitato direttivo dell'Istituto fin dalla sua fondazione e ha collaborato con i maggiori esponenti della Resistenza per salvaguardare e consegnare alla storia i documenti del periodo della lotta armata e dell'insurrezione nel Veneto, nonché per divulgare e promuovere i valori che sono stati alla base del movimento resistenziale e che sono insiti nella Costituzione repubblicana<sup>(65)</sup>.

---

<sup>(63)</sup> G. DE LUNA, *Storia del Partito d'Azione*, UTET, Torino, 2006.

<sup>(64)</sup> M. FIORAVANZO, *Elites e generazioni politiche. Democristiani socialisti e comunisti veneti (1945-1962)*, FrancoAngeli, Milano, 2003, p. 421.

---

<sup>(65)</sup> D. FIOROT, *L'Istituto Veneto per la storia della Resistenza: motivazioni ideali, politiche e culturali all'origine della sua costituzione*, in *L'Istituto veneto per la storia della resistenza. Quarant'anni di vita: 1949-1989*, s.i.t., 1990.

*Le figure 1 (fotoritratto di Giuseppe Zwirner – ARCHIVIO STORICO DELL'UNIVERSITÀ DI PADOVA, Professori di ruolo e incaricati cessati, b. 226, fasc. "Giuseppe Zwirner"), 2 (frontespizio del libretto universitario – ARCHIVIO STORICO DELL'UNIVERSITÀ DI PADOVA, Facoltà di Scienze mm. ff. nn., Fascicoli degli studenti, matr. 162/13 "Giuseppe Zwirner") e 3 (necrologio dell'Ateneo patavino per Giuseppe Zwirner – ARCHIVIO STORICO DELL'UNIVERSITÀ DI PADOVA, Professori di ruolo e incaricati cessati, b. 226, fasc. "Giuseppe Zwirner") sono pubblicate su concessione dell'Università degli Studi di Padova – Ufficio Gestione documentale.*



Giulia Simone

Giulia Simone è dottore di ricerca in "Storia sociale europea dal medioevo all'età contemporanea". Svolge attività di ricerca presso l'Ateneo di Padova, collaborando con il Centro di Ateneo per la Storia della Resistenza e dell'Età contemporanea e con il Centro di Ateneo per la storia dell'Università. Si occupa in particolare della storia dell'Ateneo di Padova nell'età contemporanea, del nazionalismo, della persecuzione antiebraica.



# Giuseppe Zampieri, l'analisi algebrica e complessa

Luca Baracco e Andrea D'Agnolo <sup>22</sup>

Il gruppo di analisi algebrica e complessa si sviluppa a Padova a partire dagli anni '90, sotto l'impulso di Giuseppe Zampieri (1955–2015)<sup>23</sup>. Nel periodo fino al 2000, oltre a Zampieri, ne hanno fatto parte: Luca Baracco, Andrea D'Agnolo, Corrado Marastoni, Alberto Scalari, Francesco Tonin. I principali collaboratori sono Pierre Schapira e Alexander Tumanov.

Per meglio inquadrare gli interessi di ricerca del gruppo, iniziamo ricordando brevemente gli esordi e i primi traguardi dell'analisi algebrica<sup>24</sup>. Riteniamo invece qui superflua una presentazione dell'analisi complessa, che vanta in Italia una lunga e diffusa tradizione.

## L'analisi algebrica

L'analisi algebrica nasce alla soglia degli anni '60, quando Mikio Sato<sup>25</sup> inizia a sviluppare la sua visione di un approccio algebrico all'analisi. La storia comincia quando Sato introduce la teoria delle iperfunzioni [32]. Come le distribuzioni di Laurent Schwartz [38], queste sono delle funzioni generalizzate, utili in particolare nello studio delle equazioni differenziali lineari (EDL). Ma mentre le distribuzioni sono dei funzionali nello spazio delle funzioni  $C^\infty$  a supporto compatto, le iperfunzioni sono costruite come somme di valori al bordo (coomologia locale) di funzioni olomorfe in un complessificato  $X$  della

---

<sup>22</sup>Università di Padova, Dipartimento di Matematica, Via Trieste, 63, 35121 Padova, Italy.

<sup>23</sup>Vedi più sotto in questo volume *Un ricordo di Giuseppe Zampieri*, di Andrea D'Agnolo.

<sup>24</sup>Rinviamo a [35, 36] per approfondimenti.

<sup>25</sup>Sato ha rilasciato un'interessante intervista [1] a Emmanuel Andronikof, in occasione dell'ICM di Kyoto nell'agosto del 1990.

varietà<sup>26</sup> analitica reale  $M$  dove sono definite. Si tratta di un approccio alle EDL rivoluzionario per l'epoca, che ha l'audacia di rimpiazzare le consolidate tecniche dell'analisi funzionale con quelle della geometria algebrica e dell'analisi complessa. Potremmo dire, con le parole di Pierre Schapira, che si passa così dall'analisi funzionale all'analisi funtoriale. Letti in questo nuovo contesto, gli stessi sistemi di EDL sono reinterpretati come rappresentanti locali di  $\mathcal{D}$ -moduli, ossia moduli sinistri sul fascio di anelli degli operatori differenziali a coefficienti olomorfi in  $X$ . È Masaki Kashiwara a sviluppare la teoria dei  $\mathcal{D}$ -moduli, a partire dalla sua tesi di master [18] del 1970. Nello stesso periodo, indipendentemente, Joseph Bernstein inizia a svilupparne la teoria algebrica [4].

Fin dai suoi esordi, l'analisi algebrica trova applicazioni importanti anche al di fuori dello studio delle EDL, come ad esempio in teoria delle rappresentazioni (dimostrazione della congettura di Helgason [23]), in fisica matematica (studio dello spettro singolare della matrice di scattering [22]), o nella teoria delle singolarità (polinomio di Bernstein-Sato [19]).

Una svolta decisiva avviene negli anni '70. Per descrivere le (co)direzioni da cui provengono i valori al bordo di una iperfunzione (il suo fronte d'onda), Sato introduce l'analisi microlocale, ossia l'analisi nello spazio cotangente  $T^*M$  alla varietà  $M$  di definizione<sup>27</sup>. L'importanza di questa costruzione, sviluppata da Sato con Kashiwara e Takahiro Kawai nel monumentale [33], è subito evidente nello studio delle EDL. Ad esempio, in [33] viene stabilito un teorema di struttura per sistemi generali di equazioni microdifferenziali. Questo implica in particolare importanti risultati sulla esistenza o meno di soluzioni, e sulla propagazione delle loro singolarità. Nello stesso periodo Lars Hörmander, coadiuvato da Johannes Duistermaat, propone un approccio all'analisi microlocale nel contesto delle distribuzioni, tramite il calcolo degli operatori integrali di Fourier [17, 14].

Un'ulteriore svolta avviene negli anni '80 quando Kashiwara e Schapira, motivati dallo studio delle equazioni (micro)iperboliche, creano la teoria microlocale dei fasci [24, 25]. Introducono in particolare la nozione di microsupporto, che astrae quella di deformazione non caratteristica delle soluzioni di un sistema di EDL. Al di là dell'analisi algebrica, questo aprirà la strada ad applicazioni a ulteriori campi della matematica, come la geometria simplettica e la topologia algebrica computazionale.

## La genesi del gruppo

<sup>26</sup>Qui con varietà intenderemo sempre *manifold*, ossia varietà non singolare.

<sup>27</sup>Spazio cotangente che è naturalmente identificato, a meno di moltiplicazione per l'unità immaginaria, col fibrato conormale  $T_M^*X$  a  $M$  nel suo complessificato  $X$ .

Come abbiamo detto in apertura, il gruppo di analisi algebrica e complessa si sviluppa a Padova sotto l'impulso di Zampieri. Egli, formatosi nel nostro ateneo sotto la guida di Tullio Valent, ha successivamente studiato con Lamberto Cattabriga a Bologna, con Aldo Andreotti e Mauro Nacinovich a Pisa, e con Akira Kaneko a Tokyo.

Presto Zampieri ottiene alcuni risultati di risonanza internazionale nello studio degli operatori (micro)iperbolici<sup>28</sup>, tra gli argomenti di punta in quel periodo. I suoi lavori lo portano a salire in cattedra a Padova nel 1984, e lo spingono naturalmente ad avvicinarsi all'analisi algebrica. In particolare inizia a interessarsi ai problemi ai limiti, collaborando con Kiyōmi Kataoka e Nobuyuki Tose a Tokyo, e con Schapira a Parigi.

Nell'anno accademico 1986/87 Zampieri inizia a tenere a Padova il corso di teoria delle funzioni, basato sugli appunti di una serie di seminari che aveva tenuti a Tokyo sull'applicazione delle iperfunzioni e microfunzioni ai problemi ai limiti. Forma in tal modo alla ricerca nel giro di pochi anni un primo gruppo di studenti (D'Agnolo, Marastoni, Sculari e Tonin), molti dei quali hanno poi la possibilità di approfondire gli studi a Parigi sotto la direzione di Schapira, importante figura di riferimento. Nasce così il gruppo di analisi algebrica e complessa a Padova. Tra le prime attività ricordiamo la scuola C.I.M.E. [46] che, concepita durante l'ICM di Kyoto del 1990 con la consulenza di Kashiwara e Schapira, porta a Venezia nel 1992 alcuni tra i maggiori esperti del settore.

Passiamo ora in rassegna i principali interessi di ricerca del gruppo, dalla sua genesi fino al 2000.

### Problemi ai limiti

L'analisi microlocale dei problemi ai limiti (studio della riflessione luminosa) era iniziata già nei primi anni '70 con le note [20] di Kashiwara e Kawai. Nei primi anni '80 Kataoka [27] introduce le microfunzioni *mild*, ottenendo interessanti risultati sulla diffrazione<sup>29</sup>. Pochi anni dopo, utilizzando la teoria microlocale dei fasci, Schapira [34] introduce la nozione più sofisticata e functoriale di microfunzioni al bordo, dimostrando poi in collaborazione con Zampieri [37] come queste consentano in particolare di ritrovare le microfunzioni *mild* di Kataoka. Proseguendo nei suoi studi, Zampieri sviluppa in collaborazione

---

<sup>28</sup>Ricordiamo in particolare un suo lavoro [41], poi ripreso in [44], sulla propagazione delle singolarità e sulla esistenza di soluzioni analitiche per EDL a coefficienti costanti, ottenuto tramite una formulazione geometrica del principio di Phragmén-Lindelöf nella versione di Hörmander.

<sup>29</sup>Nel contesto della (seconda)microlocalizzazione di Hörmander/Sjöstrand (vedi la nota 30 più sotto), risultati più generali sono poi stati ottenuti da Gilles Lebeau [29].

con Motō Uchida la teoria della seconda microlocalizzazione<sup>30</sup> al bordo [40], applicandola in particolare allo studio dell'estendibilità delle soluzioni [42].

Come accennato, se  $M$  è una varietà analitica reale di complessificato  $X$ , le iperfunzioni sono definite (a meno dell'orientazione relativa) dalla coomologia a supporto in  $M$  del fascio delle funzioni olomorfe. Più in generale, se  $M$  è una sottovarietà analitica reale generica di una varietà complessa  $X$ , questo oggetto descrive il complesso delle (iper)funzioni CR<sup>31</sup>. L'analisi microlocale dei problemi ai limiti consente di ottenere risultati in questo ambito, e lavori come [11, 12, 13] spingono ad allargare gli interessi di ricerca del gruppo anche al campo della geometria CR propriamente detta (vedi §).

### Trasformate integrali

Agli inizi degli anni '80, su suggerimento di sir Michael Atiyah, il futuro premio Nobel sir Roger Penrose aveva dato una veste coomologica al suo *twistor programme*, in un lavoro in collaborazione con Michael Eastwood e Raymond Wells [15]. Più precisamente, le soluzioni delle equazioni a massa nulla nello spazio di Minkowski<sup>32</sup>  $\mathbb{M}$  vi erano ottenute come trasformate integrali di classi di coomologia di fibrati in rette nello spazio dei twistori proiettivizzato<sup>33</sup>  $\mathbb{P}$ . Queste trasformate, tipo Radon, sono associate alla doppia fibrazione  $\mathbb{P} \leftarrow \mathbb{F} \rightarrow \mathbb{M}$ , dove  $\mathbb{F}$  è la relazione di incidenza<sup>34</sup>. Eastwood, in collaborazione con Robert Baston, aveva poi esteso in [3] questo tipo di trasformate a varietà di bandiere generalizzate, descritte da sottogruppi parabolici di gruppi di Lie<sup>35</sup>.

A metà degli anni '90, usando gli strumenti della teoria dei  $\mathcal{D}$ -moduli e della teoria microlocale dei fasci, D'Agnolo e Schapira [8] inquadrano questi risultati come esempi di una formula generale di interlacciamento. In due parole<sup>36</sup>, consideriamo una corrispondenza di varietà complesse  $Y \leftarrow S \rightarrow X$ . Dati un fascio<sup>37</sup>  $F$  su  $X$  e un  $\mathcal{D}$ -modulo<sup>37</sup>  $\mathcal{N}$  su  $Y$ , indichiamo con  $F^\wedge$  e  $\mathcal{N}^\wedge$  gli oggetti ottenuti in  $Y$  e  $X$  tramite le operazioni di pull-back e push-forward

<sup>30</sup> La seconda microlocalizzazione lungo sottovarietà involutive (coisotrope) era stata introdotta da Kashiwara in un seminario non pubblicato al colloquio *Hyperfonctions et Physique Théorique* (Nizza, maggio 1973), vedi [21]. Nel contesto della teoria microlocale di Hörmander, Johannes Sjöstrand ha indipendentemente sviluppato in [39] la nozione di secondo fronte d'onda lungo sottovarietà lagrangiane nel caso reale.

<sup>31</sup> Ossia il complesso di soluzioni del sistema tangenziale  $\bar{\partial}_b$ , indotto su  $M$  dagli operatori di Cauchy-Riemann.

<sup>32</sup> Spazio compattificato e complessificato nella grassmanniana dei 2-piani in  $\mathbb{C}^4$

<sup>33</sup> Lo spazio delle rette in  $\mathbb{C}^4$ .

<sup>34</sup> Incidenza tra rette e piani, ossia la varietà di bandiere di tipo (1, 2) in  $\mathbb{C}^4$ .

<sup>35</sup> Il caso classico corrisponde al gruppo  $GL(4, \mathbb{C})$

<sup>36</sup> Si veda [7] per una presentazione più dettagliata.

<sup>37</sup> Più precisamente, un oggetto della categoria derivata.

lungo la corrispondenza. Allora, sotto opportune ipotesi, le soluzioni di  $\mathcal{N}^\wedge$  a valori in uno spazio funzionale<sup>38</sup>  $C(F)$  associato a  $F$  sono interlacciate con le soluzioni di  $\mathcal{N}$  a valori in  $C(F^\wedge)$ . Nel caso di Penrose,  $\mathcal{N}$  si ottiene dal fibrato in rette su  $\mathbb{P}$  per estensione di scalari, e  $F$  è l'estensione per zero del fascio costante in un opportuno aperto di  $\mathbb{M}$ . La natura microlocale della corrispondenza tra fibrati in rette ed equazioni a massa nulla è descritta in [10].

Applicando queste tecniche alla trasformata di Radon, e grazie ai risultati di Jean Leray [30] sul calcolo differenziale ed integrale in campo complesso, il lavoro [9] interpreta la formula di interlacciamento in termini di dualità proiettiva. Questo consente di ritrovare e generalizzare vari risultati di geometria integrale sia reale che complessa, ottenendo in particolare interessanti risultati di annullamento della coomologia locale. Nel caso affine, utilizzando la teoria di crescita temperata e sviluppo formale elaborata da Kashiwara e Schapira [26], D'Agnolo [6] ottiene una interpretazione coomologica delle condizioni di Cavalieri. Segnaliamo inoltre il lavoro [31] di Marastoni che tratta il caso della dualità tra varietà grassmanniane, dove la relazione di incidenza non è più liscia.

Una seconda scuola C.I.M.E. [5] viene organizzata a Venezia nel 1996, a cavallo tra le trasformazioni integrali e la geometria complessa. Tra i partecipanti vi è Alexander Tumanov, che sarà una figura di riferimento nell'attività del gruppo in geometria CR.

## Geometria CR

Nella geometria CR una delle tecniche certamente più fruttuose è quella dei dischi analitici, che ha in Tumanov uno degli esponenti più noti. Zampieri ha l'idea di applicarla in un contesto microlocale. Data  $M$  sottovarietà CR di una varietà complessa  $X$ , attaccando i dischi al fibrato conormale  $T_M^*X$  anziché a  $M$ , si ottengono risultati di propagazione della regolarità tramite il controllo del fronte d'onda [43]. In collaborazione con Baracco, utilizza anche la tecnica classica. Come mostrato da Tumanov, i dischi difettivi attaccati a  $M$  controllano la propagazione dell'estendibilità a varietà CR di dimensione superiore. Baracco e Zampieri [2] estendono i suoi risultati indebolendo l'ipotesi di difettività.

Altro capitolo importante della geometria CR è quello delle stime  $L^2$  uniformi fino al bordo per domini  $q$ -pseudoconvessi [16, 28]. Tra i contributi di

---

<sup>38</sup>Una scelta possibile è  $C(F) = \text{Rhom}(F, \mathcal{O}_X)$ , dove  $\mathcal{O}_X$  indica il fascio delle funzioni olomorfe. Ad esempio, se  $F$  è il duale del fascio costante lungo una sottovarietà  $M$  di cui  $X$  è un complessificato, allora  $C(F)$  sono le iperfunzioni in  $M$ .

Zampieri in questo campo ricordiamo l'introduzione di una nozione di  $q$  pseudoconvessità debole che garantisce comunque l'annullamento della coomologia del complesso  $\bar{\partial}$  in grado  $\geq q + 1$  [45].

# Bibliografia

- [1] E. Andronikof, *Interview with Mikio Sato*. Notices Amer. Math. Soc. **54** (2007), no. 2, 208–222.
- [2] L. Baracco e G. Zampieri, *Analytic discs and extension of CR functions*, Compositio Math. **127** (2001), no. 3, 289–295.
- [3] R. Baston e M. Eastwood, *The Penrose transform. Its interaction with representation theory*, Oxford Mathematical Monographs. Oxford Science Publications. The Clarendon Press, Oxford University Press, 1989. xvi+213 pp.
- [4] J. Bernstein, *Modules over a ring of differential operators. An investigation of the fundamental solutions of equations with constant coefficients* (Russian), Funkcional. Anal. i Priložen. **5** 1971 no. 2 1–16.
- [5] E. Casadio Tarabusi, M. A. Picardello e G. Zampieri editori, *Integral geometry, Radon transforms and complex analysis*. Lectures given at the 1st C.I.M.E. Session held in Venice, June 3–12, 1996. Lecture Notes in Mathematics **1684**. Springer-Verlag; Centro Internazionale Matematico Estivo (C.I.M.E.), 1998. viii+160
- [6] A. D’Agnolo, *Radon transform and the Cavalieri condition: a cohomological approach*, Duke Math. J. **93** (1998), no. 3, 597–632.
- [7] ———, *Sheaves and  $\mathcal{D}$ -modules in integral geometry*, in Analysis, geometry, number theory: the mathematics of Leon Ehrenpreis (Philadelphia, PA, 1998), 141–161, Contemp. Math. **251**, Amer. Math. Soc., 2000.
- [8] A. D’Agnolo e P. Schapira, *Radon-Penrose transform for  $\mathcal{D}$ -modules*, J. Funct. Anal. **139** (1996), no. 2, 349–382.

- [9] ———, *Leray's quantization of projective duality*, Duke Math. J. **84** (1996), no. 2, 453–496.
- [10] ———, *The Radon-Penrose correspondence. II. Line bundles and simple  $\mathcal{D}$ -modules*, J. Funct. Anal. **153** (1998), no. 2, 343–356.
- [11] A. D'Agnolo e G. Zampieri, *Vanishing theorem for sheaves of microfunctions at the boundary on CR-manifolds*, Comm. Partial Differential Equations **17** (1992), no. 5-6, 989–999.
- [12] ———, *Microlocal direct images of simple sheaves with applications to systems with simple characteristics*, Bull. Soc. Math. France **123** (1995), no. 4, 605–637.
- [13] ———, *On microfunctions at the boundary along CR manifolds*, Compositio Math. **105** (1997), no. 2, 141–146.
- [14] J.J. Duistermaat e L. Hörmander, *Fourier integral operators. II*, Acta Math. **128** (1972), no. 3-4, 183–269.
- [15] M.G. Eastwood, R. Penrose e R.O. Wells Jr., *Cohomology and massless fields*, Comm. Math. Phys. **78** (1980/81), no. 3, 305–351.
- [16] L. Hörmander,  *$L^2$ -estimates and existence theorems for the  $\bar{\partial}$  operator*, Acta Math. **113** (1965), 89–152.
- [17] ———, *Fourier integral operators. I*, Acta Math. **127** (1971), no. 1-2, 79–183.
- [18] M. Kashiwara, *Algebraic study of systems of partial differential equations* (Master Thesis, Tokyo University, December 1970), tradotta da Jean-Pierre Schneiders ed Andrea D'Agnolo, Mém. Soc. Math. France **63** (1995), xiv+72 pp.
- [19] ———, *B-functions and holonomic systems*. Invent. Math. **38** (1976/77), no. 1, 33–53.
- [20] M. Kashiwara e T. Kawai, *On the boundary value problem for elliptic system of linear differential equations*, I e II Proc. Japan Acad. **48** (1972), 712–715, e **49** (1973), 164–168.
- [21] ———, *Second-microlocalization and asymptotic expansions*, in Complex analysis, microlocal calculus and relativistic quantum theory (Les Houches, 1979), pp. 21–76, Lecture Notes in Phys., **126**, Springer 1980.

- [22] M. Kashiwara, T. Kawai e H.P. Stapp, *Micro-analyticity of the S-matrix and related functions*. Comm. Math. Phys. **66** (1979), no. 2, 95–130.
- [23] M. Kashiwara, A. Kowata, K. Minemura, K. Okamoto, T. Ōshima, M. Tanaka, *Eigenfunctions of invariant differential operators on a symmetric space*. Ann. of Math. (2) **107** (1978), no. 1, 1–39.
- [24] M. Kashiwara e P. Schapira, *Microlocal study of sheaves*, Astérisque **128** (1985), 235 pp.
- [25] ———, *Sheaves on manifolds*, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften **292**. Springer-Verlag 1990. x+512 pp.
- [26] ———, *Moderate and formal cohomology associated with constructible sheaves*, Mém. Soc. Math. France **64**, (1996), iv+76 pp.
- [27] K. Kataoka, *Microlocal theory of boundary value problems*, I e II. J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math. **27** (1980), no. 2, 355–399, e **28** (1981), no. 1, 31–56.
- [28] J.J. Kohn, *Regularity at the boundary of the  $\bar{\partial}$ -Neumann problem*, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A **49** (1963), 206–213.
- [29] G. Lebeau, *Deuxième microlocalisation sur les sous-variétés isotropes.*, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) **35** (1985), no. 2, 145–216.
- [30] J. Leray, *Le calcul différentiel et intégral sur une variété analytique complexe*, Bull. Soc. Math. France **87** (1959), 81–180.
- [31] C. Marastoni, *Grassmann duality for  $\mathcal{D}$ -modules*. Ann. Sci. École Norm. Sup. **31** (1998), no. 4, 459–491.
- [32] M. Sato, *Theory of hyperfunctions* I e II, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. I **8**, 139–193 e 387–437 (1959/60).
- [33] M. Sato, T. Kawai, e M. Kashiwara, *Microfunctions and pseudo-differential equations*, in: Hyperfunctions and pseudo-differential equations (Katata 1971), 265–529, Lecture Notes in Math. **287**, Springer, 1973.
- [34] P. Schapira, *Microfunctions for boundary value problems*, in Algebraic analysis, Vol. II, 809–819, Academic Press, 1988.
- [35] ———, *Mikio Sato, a visionary of mathematics*, Notices Amer. Math. Soc. **54** (2007), no. 2, 243–245.

- [36] ———, *Masaki Kashiwara and algebraic analysis*, in: Algebraic analysis and around, 1–9, Adv. Stud. Pure Math., **54**, Math. Soc. Japan, 2009.
- [37] P. Schapira e G. Zampieri, *Microfunctions at the boundary and mild microfunctions*. Publ. Res. Inst. Math. Sci. **24** (1988), no. 4, 495–503.
- [38] L. Schwartz, *Théorie des distributions*, Tome I et II, Publ. Inst. Math. Univ. Strasbourg, **9/10**. Actualités Scientifiques et Industrielles, No. 1091/1122 Hermann & Cie, Paris, 1950/51. 148 e 169 pp.
- [39] J. Sjöstrand, *Singularités analytiques microlocales*, Astérisque **95** (1982), 168 pp.
- [40] M. Uchida, G. Zampieri, *Second microlocalization at the boundary and microhyperbolicity*. Publ. Res. Inst. Math. Sci. **26** (1990), no. 2, 205–219.
- [41] G. Zampieri, *Propagation of singularity and existence of real analytic solutions of locally hyperbolic equations*. J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math. **31** (1984), no. 2, 373–390.
- [42] ———, *An application of the second microlocalization at the boundary to the extension of solutions of differential systems*. Japan. J. Math. (N.S.) **16** (1990), no. 2, 279–286.
- [43] ———, *Analytic discs attached to conormal bundles of CR-manifolds*, Adv. Math. **128** (1997), no. 1, 180–185.
- [44] ———, *Geometric interpretation of the Phragmén-Lindelöf estimates*, J. Differential Equations **153** (1999), no. 1, 30–40.
- [45] ———,  *$q$ -pseudoconvexity and regularity at the boundary for solutions of the  $\bar{\partial}$ -problem*, Compositio Math. **121** (2000), no. 2, 155–162.
- [46] G. Zampieri ed A. D’Agnolo editori,  *$D$ -modules, representation theory, and quantum groups*. Lectures given at the Second C.I.M.E. Session held in Venice, June 12–20, 1992. Lecture Notes in Mathematics **1565**. Springer-Verlag, 1993. vi+218 pp.

# Un ricordo di Beppe

Andrea D'Agnolo <sup>39</sup>

Giuseppe Zampieri, alias Beppe, per me è stato un maestro, nel senso più alto del termine, ed ho avuto l'onore di essere stato il suo primo allievo. Nel 1987/88 ho seguito il suo bellissimo corso di Teoria delle Funzioni, basato su dispense che aveva redatte poco tempo prima in Giappone. Mi ha poi dedicato una quantità incredibile di tempo ed energia, iniziandomi alla ricerca e dirigendo la mia tesi di laurea. Il nostro primo articolo è del 1989, e abbiamo continuato a lavorare insieme per un decennio.



Giuseppe Zampieri nel 1984 davanti all'ingresso principale del campus di Komaba dell'Università di Tokyo.

---

<sup>39</sup>Università di Padova, Dipartimento di Matematica, Via Trieste, 63, 35121 Padova, Italy.

Sempre grazie a Beppe ho conosciuto gli altri due miei grandi maestri. Subito dopo la laurea mi ha portato con sé a Parigi per farmi conoscere Pierre Schapira, con cui collaborava, e l'anno dopo a Tokyo e a Kyoto, in occasione del ICM-90, per presentarmi anche agli altri grandi esperti del settore, e in particolare a Masaki Kashiwara.



Andrea D'Agnolo, Caterina e Giuseppe Zampieri alla Maison de l'Italie a Parigi nel 1989.

Durante il mio dottorato con Pierre Schapira veniva spesso a trovarmi a Parigi, per portare avanti i nostri lavori in collaborazione. Tra noi e i colleghi francesi e giapponesi c'era un po' di sano antagonismo. All'IHP<sup>40</sup> eludevamo l'orario di chiusura per riuscire a lavorare fino a tardi. Al ritorno alla Maison de l'Italie<sup>41</sup>, a volte anche a notte fonda<sup>42</sup>, con un certo disappunto trovavamo sempre qualche finestra ancora illuminata alla Maison du Japon che stava dirimpetto. Come potevano i figli del Sol Levante lavorare sempre senza sosta? Poi qualcuno ci ha suggerito, pragmaticamente e prosaicamente, che potessero essere le luci dei servizi lasciate accese.

A Padova Beppe intratteneva rapporti amichevoli con molti colleghi, anche al di fuori dell'ambiente di lavoro. Fin da quando ero ancora studente, invitava spesso anche me a quelle uscite. Per citare qualcuno tra i grandi matematici padovani scomparsi, ricordo gli incontri per un caffè al "bar di legno"

<sup>40</sup>L'Institut Henri Poincaré, situato in pieno centro, sulla *rive gauche*.

<sup>41</sup>La Cité Universitaire è un ghetto dorato per studenti e ricercatori a sud di Parigi, subito fuori la cintura dei *boulevard* che ne collegano le porte. È organizzata in residenze, dette *maison*, molte delle quali gestite ognuna da un diverso paese del mondo.

<sup>42</sup>Parigi è sempre Parigi...



Andrea D'Agnolo, Giuseppe Zampieri e Corrado Marastoni, al lavoro su di un tovagliolo nell'agriturismo da Pierina a Fimon nel luglio 1990.

con Giuseppe Scorza Dragoni<sup>43</sup>, inappuntabile nella sua eleganza d'antan, che raccontava aneddoti su suoi collaboratori del calibro di Caccioppoli; oppure con Giovanni Zacher, nei pranzi alla trattoria al Pero, sempre attento agli interessi dei giovani ricercatori e a fare in modo che le politiche del Dipartimento fossero aperte a un confronto internazionale; o ancora con Adalberto Orsatti, *magister* per antonomasia, compagno di tante cene nelle trattorie di Padova o dei Colli, nostra inesauribile fonte di barzellette argute.

Sulla fine degli anni '90, gli interessi di ricerca di Beppe e miei si sono un po' alla volta diversificati, ma le nostre relazioni scientifiche e umane si sono mantenute molto strette. Mi ha sostenuto durante tutta la mia carriera. Per me è sempre stato un amico, un modello, e un solidissimo punto di riferimento, anche al di fuori dell'ambito professionale.

A costo di qualche ripetizione<sup>44</sup>, vorrei delineare brevemente la sua parabola scientifica, troncata purtroppo in fase ancora ascendente.

Beppe ha avuto un'ottima educazione familiare e una solida formazione classica. Fin da ragazzo ha sempre messo tutta la sua passione ed energia in quello che faceva. Ha superato brillantemente l'esame di maturità saltando l'ultimo anno di liceo.

La sua formazione matematica è iniziata qui a Padova sotto la guida di Tullio Valent. Giuliano Bratti è stato per lui un altro riferimento importante.

---

<sup>43</sup>Scorza Dragoni, già in pensione da parecchio tempo, abitava dietro l'angolo di via Belzoni, dove allora si trovava il Dipartimento. Il bar di legno era proprio in quell'angolo.

<sup>44</sup>Vedi più sopra in questo volume *Giuseppe Zampieri, l'analisi algebrica e complessa*, scritto con Luca Baracco.

Successivamente ha studiato con Lamberto Cattabriga a Bologna e con Aldo Andreotti e Mauro Nacinovich a Pisa.

Argomenti di punta in quel periodo erano l'analisi funzionale e gli operatori iperbolici. I suoi lavori di allora, e alcuni suoi astutissimi controesempi, hanno avuto ampia eco internazionale, e li ho sentiti citati a più di trent'anni di distanza. Con questi, nel 1984, non ancora trentenne, ha vinto il concorso a cattedra.

Beppe non ha mai riposato sugli allori. Partito per Parigi, ha studiato analisi microlocale con Pierre Schapira. Questo è l'argomento che poi avrebbe scelto per la mia tesi di laurea. Nella seconda di copertina di un libro che mi aveva prestato<sup>45</sup>, ho trovato steso il rigoroso piano da maratoneta che si era imposto per imparare rapidamente la nuova disciplina.

I suoi lavori gli avevano anche valso un invito a Tokyo, dove ha presentato le sue ricerche e nel contempo ha studiato con Akira Kaneko e Kiyōmi Kataoka. Uno dei suoi contributi di cui andava giustamente fiero riguarda la "seconda microlocalizzazione al bordo", che in gergo iniziatico sta a indicare raffinati studi sulla diffrazione luminosa.

Raggiunti questi risultati, a fine anni novanta Beppe si è nuovamente rimesso in gioco iniziando a occuparsi di analisi complessa. Ha trovato in Alexander Tumanov un interlocutore d'eccezione. Il suo principale collaboratore, nonché ex allievo, è stato Luca Baracco. A lui si sono poi aggiunti altri studenti, che Beppe aveva nel frattempo formati.

Dal 1987 infatti, in parallelo alla sua cospicua produzione scientifica<sup>46</sup>, Beppe ha avuto un'intensa attività di avvio dei giovani alla ricerca. Ha fondato a Padova il gruppo di analisi algebrica e complessa. È stato tra i primi nel nostro Dipartimento a capire l'importanza della formazione a livello internazionale. Ha in particolare diretto il dottorato di un brillante studente vietnamita, Tran Vu Khanh, che ha poi mantenuto con Padova una stretta collaborazione. Gli ultimi lavori di Beppe sono firmati con lui, con Luca Baracco o con Stefano Pinton, altro suo allievo.

Sempre nell'ambito della sua attività di promozione della ricerca, Beppe ha diretto scuole estive e conferenze internazionali<sup>47</sup>, e ha redatto libri di testo dal

---

<sup>45</sup>L'impressionante *Microlocal study of sheaves*, di Masaki Kashiwara e Pierre Schapira, pubblicato su Astérisque nel 1985.

<sup>46</sup>Su MathSciNet si contano 116 lavori a suo nome.

<sup>47</sup>In particolare 3 scuole CIME e una serie di incontri al CIRM di Trento a cadenza annuale.



Giovanni Zacher, Luca Baracco e Giuseppe Zampieri alla trattoria Basso Isonzo nell'estate del 2006.

livello più elementare a quello più avanzato. Un suo libro edito dall'American Mathematical Society<sup>48</sup> era entrato nella loro lista dei best sellers.

Beppe traboccava di energia, era sempre in forma, pieno di idee e di progetti interessanti. Lo vedo scorrazzare in sella alla sua Yamaha XT500 con in spalla l'inseparabile zainetto Invicta pieno di libri e appunti. Era solare e generoso con gli amici, e nutriva forti passioni anche al di fuori della matematica, come ad esempio per l'aviazione e per la montagna. Era uno sberleffo agli stereotipi sui matematici. Aveva una fortissima determinazione e un altissimo senso etico. Era soprattutto una persona libera.

Che Beppe non sia più qui tra noi da oltre un lustro è un paradosso della vita. Con le parole dei suoi amati U2, *she moves in mysterious ways*.

---

<sup>48</sup> *Complex analysis and CR geometry*, pubblicato nel 2008.



# Fisica-Matematica



# Giuseppe Grioli

**Tullio Valent** <sup>49</sup>

[Si riporta integralmente la Commemorazione tenuta all'Istituto Veneto di Scienze Lettere e Arti, di cui Grioli fu socio per molti anni; Venezia, 27 febbraio 2016].

Sono grato al presidente Ortalli ed al Consiglio di presidenza dell'Istituto per avermi rivolto l'invito a tenere la commemorazione del prof. Giuseppe Grioli. Considero un onore e un dovere morale ricordarne la figura, perchè egli è stato per me un grande maestro di scienza e di vita, ed anche un amico. Si spense il 4 marzo 2015, quando pochi giorni lo separavano dal 103esimo compleanno, essendo egli nato il 10 aprile del 1912. La fotografia che ho scelto per il cartoncino pieghevole ritrae il prof. Grioli nell'aula magna dell'Università di Messina durante un convegno organizzato per festeggiare i suoi cento anni. Qualche mese più tardi a Padova, presso il Dipartimento di Matematica, un altro convegno fu tenuto in suo onore. In quella circostanza fu presentata una ristampa anastatica del libro di Grioli "Mathematical theory of elastic equilibrium", edito dalla Springer-Verlag nel 1962 (quindi 50 anni prima, quando Grioli aveva 50 anni). Con quel libro il prof. Grioli rese noti ad un pubblico internazionale risultati suoi e della scuola italiana nel campo dell'elasticità non lineare, anche asimmetrica, riprendendo e sviluppando il metodo perturbativo di Antonio Signorini e presentando, tra l'altro, alcuni fondamentali teoremi di Francesco Stoppelli concernenti l'esistenza di soluzioni e la loro sviluppabilità in serie di potenze. La ristampa del libro è stata realizzata su iniziativa del socio Franco Cardin, grazie ai contributi del Dipartimento di Matematica e del rettore dell'Università di Padova. Io mi sono associato all'iniziativa di Cardin offrendo la mia collaborazione. L'ultimo capitolo del libro è dedicato all'elasti-

---

<sup>49</sup>Università di Padova, Dipartimento di Matematica Tullio Levi-Civita, Via Trieste, 63, 35121 Padova.

cità asimmetrica. Due anni prima, nel 1960, Grioli (per primo) sviluppò una teoria generale dei corpi elastici con caratteristiche di tensione espresse da un tensore asimmetrico. Prima di lui solo qualche caso particolare di elasticità asimmetrica era stato considerato, e, tra l'altro, affrontato sulla base di ipotesi intuitive che Grioli avrebbe poi dimostrato essere non accettabili. Grioli impostò lo studio di una teoria dell'elasticità asimmetrica non solo in presenza di momenti di massa (spesso inessenziali) ma anche di momenti superficiali. E lo fece nel contesto generale delle defomazioni finite.

Mi sono soffermato sull'elasticità asimmetrica introdotta da Grioli anche perchè essa costituì la base della teoria delle microstrutture, cioè, essenzialmente di quei sistemi materiali che, pur tradotti in uno schema continuo, vogliono ricordare in qualche modo la loro provenienza particellare. Di microstrutture Grioli si occupò a partire dal 1970. Il suo approccio è stato, come al solito (nello spirito della filosofia di Antonio Signorini) affatto generale, non facendo intervenire arbitrarie (e quindi discutibili) postulazioni a priori. La teoria delle microstrutture avrebbe poi avuto enormi sviluppi. Essa è tuttora di grande interesse, non solo da un punto di vista teorico ma anche da quello applicativo. Le nanotecnologie, per esempio, e i materiali smart nascono in questo contesto. Questo campo di ricerca ha continuato ad appassionare Grioli per molti anni. In un'intervista rilasciata al prof. Mauro Fabrizio nel 2004 e pubblicata nel Bollettino dell'Unione Matematica italiana nell'agosto di quell'anno, egli, tuttavia, dichiarò di avere delle perplessità sulla teoria delle microstrutture, o meglio, sulla reale consistenza fisica del modello matematico, pur riconoscendo il suo grande interesse per i matematici. Le perplessità del prof. Grioli (che qui non è possibile esporre) sarebbero superabili se fosse possibile costruire un modello matematico di una microstruttura che, al contorno e inizialmente, richiedesse soltanto condizioni del tipo di quello di Cauchy. Grioli studiò a fondo la questione e presentò una sua proposta metodologica in tale senso con un lavoro dal titolo *Microstructure as a refinement of Cauchy theory*. Qualche anno dopo affidò a me un manoscritto (che ancora conservo) contenente alcune sue idee e riflessioni su questo tema, invitandomi a studiare talune questioni analitiche che nascono da queste sue pagine. Devo confessare, con molto rammarico, di non essermi impegnato a fondo sulla proposta di Grioli, anche perché da tempo, ormai, i miei interessi prevalenti si erano spostati su campi di ricerca molto lontani da quelli del passato, e comunque da quelli che, in quel momento, l'invito del prof. Grioli esigea.

Fin qui ho accennato ad alcuni aspetti dell'attività del prof. Grioli nell'ambito della Meccanica dei Continui. I risultati da lui ottenuti in questo campo costituiscono la parte più vasta e rilevante della sua opera.

Un altro settore ove Grioli diede importanti ed originali contributi è la

dinamica dei corpi rigidi: in particolare lo studio dei movimenti dinamicamente possibili di un corpo rigido soggetto a forze di tipo gravitazionale. Con l'introduzione del concetto di precessione generalizzata egli riuscì a dare un significato particolarmente espressivo a movimenti già noti e a determinare altri movimenti. Queste sue idee lo condussero ad occuparsi di problemi di meccanica celeste, con un metodo nuovo. Mi pare interessante fare un confronto tra l'approccio astratto di Grioli e quello di tipo più operativo di Giuseppe Colombo, il quale di Grioli fu assistente, collaboratore e grande amico. La differenza sostanziale tra i due punti di vista (come mi ha spiegato bene Franco Cardin) si potrebbe sintetizzare nel modo seguente. Mentre Grioli spinse a livelli molto avanzati la ricerca di famiglie di soluzioni esatte (le precessioni generalizzate), Colombo affrontò in quegli anni ('50 e '60) la dinamica del corpo rigido con un approccio che oggi si direbbe rientrando nella teoria delle perturbazioni dei sistemi Hamiltoniani, teoria questa che si sviluppò grandemente nei decenni successivi ed è nota anche come teoria KAM. Forse si potrebbe dire che il punto di vista di Colombo, nell'immediato, si affermò maggiormente, anche in virtù della collaborazione che egli ebbe in quegli anni con la NASA. Ma oggi la moderna teoria dei sistemi integrabili e delle simmetrie sottogiacenti rendono attuali le ricerche di Grioli, collocandole in un contesto ancora più fecondo ed affascinante. Quando il prof. Colombo si ammalò, Grioli gli fu molto vicino; andava spesso a trovarlo nel suo studio, oppure Colombo veniva da noi, nello studio di Grioli. I loro colloqui vertevano di frequente su questioni matematiche connesse con il problema del "satellite a filo", al quale Colombo era allora particolarmente interessato.

L'importanza dei risultati scientifici ottenuti da Grioli è confermata dalla sua appartenenza, spesso con un ruolo dirigenziale, a numerosi enti, istituti e accademie, di cui vado a fare un elenco (incompleto): l'Accademia Nazionale dei Lincei, l'Accademia Nazionale delle Scienze, le Accademie delle Scienze di Torino e di Palermo, l'Accademia Patavina di Scienze, Lettere ed Arti, l'Accademia Peloritana dei Pericolanti, oltre, naturalmente, il nostro Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. Per molti anni è stato anche il Presidente del G.N.F.M. del C.N.R.

Del prestigio e dell'autorevolezza di cui Grioli godeva all'estero posso dare una testimonianza personale, perchè, a partire dal 1970, sono stato al suo fianco in quasi tutte le sue missioni nel mondo (Polonia, Germania, Francia, Stati Uniti, Canada, ecc.). Ricordo, in particolare, l'accoglienza avuta a Baltimora nell'abitazione di Clifford Truesdell (la massima autorità americana dell'epoca nella meccanica dei continui). A ciascuno di noi due Truesdell assegnò una stanza arredata con mobili europei originali del '700, il secolo che Truesdell considerava mitico. In quell'occasione anche il celebre cembalista Gustav Leo-

nhardt era ospite di Truesdell e Grioli poté suonare assieme a Leonhardt sui due clavicembali che Truesdell teneva nel salone principale della sua villa. Quella missione negli Stati Uniti fu importante anche per me, perché alcuni mesi dopo ricevetti da Truesdell l'invito a scrivere un libro per la collana Springer Tracts in Natural Philosophy della Springer-Verlag.

Desidero ora soffermarmi brevemente su alcuni fatti che riguardano la biografia del prof. Grioli, iniziando dagli anni della sua formazione, prima a Messina e poi a Roma. Grioli nacque il 10 aprile 1912 a Bordonaro, una piccola frazione di Messina. Presso l'Università di Messina si laureò prima in Fisica nel 1936 con una tesi assegnatagli dal prof. Antonio Rostagni, e, l'anno successivo, in Matematica con Renato Einaudi, il quale, subito dopo la laurea, lo presentò a Mauro Picone. Picone lo chiamò a Roma e lo assunse all'Istituto Nazionale per le Applicazioni del calcolo del C.N.R. (fondato dallo stesso Picone nel 1932). Grioli diventò presto vice direttore di tale Istituto. Divideva la stanza di lavoro con Gaetano Fichera (il grande analista). Tra i due si stabilì un sodalizio scientifico molto fruttuoso e una grande amicizia. Nel periodo trascorso a Roma, peraltro politicamente difficile (erano gli anni '30), Grioli poté conoscere l'ambiente matematico romano ed avere molteplici esperienze, anche musicali (come pianista).



I punti di riferimento nell'avvio della ricerca scientifica di Grioli furono l'analista Mauro Picone e il fisico matematico Antonio Signorini, il quale, ap-

pena conosciuto il giovane Grioli, gli fece dono dei suoi lavori sulla teoria delle deformazioni finite, avviandolo così nel campo della meccanica dei continui. Da Signorini Grioli ereditò, tra l'altro, la capacità di collocare i fenomeni fisici in un contesto assolutamente generale, per poi procedere con rigore estremo.

Dopo gli anni romani Grioli giunse a Padova nel 1949 per coprire la cattedra di Meccanica Razionale presso la Facoltà di Scienze e subito (come egli più volte dichiarò) comprese il vantaggio di lavorare in una grande Università sita in una città di piccole dimensioni. Allora la Facoltà di Scienze era composta solo da 11 persone. Della Facoltà di Scienze è stato Preside per 7 anni (dal 1968 al 1975), succedendo al prof. Rostagni. Furono questi gli anni della grande contestazione studentesca. Il suo temperamento pacato ed il suo grande equilibrio gli permisero di dominare la situazione. Usando verso tutti calma e cortesia, ottenne rispetto e cortesia anche dai più vivaci contestatori.

A Padova ebbe molti allievi e collaboratori, tra cui Giuseppe Colombo, Dionigi Galletto, Ettore Bentsik, Aldo e Sergio Bressan, Renato Troilo, Diego Pigozzi, Franco Cardin e chi vi sta parlando.

La sua frequentazione del Dipartimento di Matematica di Padova continuò a lungo dopo essere andato in pensione. Gli fu assegnato un posto nel mio studio, ove collocò anche i suoi libri; perciò io ho avuto la fortuna di avere la sua presenza nel mio studio, e di poter parlare con lui ancora per molti anni.

Io devo moltissimo al prof. Grioli. Ho sperimentato la sua saggezza e la sua lungimiranza già il giorno della mia laurea, quando (dopo la cerimonia della proclamazione) egli mi chiese di passare il giorno dopo dal suo studio. Passai, ed egli mi informò che il Ministero stava per bandire un concorso per un posto di assistente di Meccanica Razionale presso la Facoltà di Scienze di Padova, esortandomi a parteciparvi. Lo ringraziai commosso, rivelandogli, però, di essermi iscritto a Matematica (seguendo il consiglio di un filosofo, il prof. Marino Gentile) con la prospettiva di dedicarmi poi alla filosofia, ad un certo tipo di filosofia. Il prof. Grioli, vedendo il mio imbarazzo, disse che avrei potuto pensarci con calma. Per alcuni giorni ci pensai. Quindi tornai dal prof. Grioli per dirgli che mi sarei presentato al concorso. Diventai poi assistente e mi occupai di matematica per il resto della mia vita. Curiosamente, devo questa mia scelta ad un filosofo (il prof. Marino Gentile) e soprattutto al prof. Grioli!

Lo stile del prof. Grioli era quello di un "vero signore". Non l'ho mai visto alterarsi. Mai! Sapeva imporsi usando maniere tranquille, forte dell'autorevolezza che il suo stesso aspetto esprimeva. Ho sempre ammirato queste sue qualità. Le ho potute apprezzare, in particolare, quando, nel 1976, il prof. Zwirner (ordinario di Analisi Matematica) andò fuori ruolo e mi fu chiesto di succedergli, e quindi di trasferirmi dalla cattedra di Meccanica Razionale

a quella di Analisi Matematica. Allora il prof. Grioli avrebbe potuto risentirsi. Invece rispettò pienamente la mia scelta, dicendo di comprenderla, avendo egli stesso sempre amato l'Analisi matematica. Anche per questo la mia riconoscenza nei suoi confronti è immensa.

La passione per la musica che il prof. Grioli ed io condividevamo fece nascere tra noi un'amicizia che andava oltre i rapporti di natura didattica e scientifica. Fino a pochi giorni prima della sua scomparsa abbiamo parlato di musica, al telefono.

Qui mi fermo, perchè se mi lasciassi andare ai ricordi non finirei mai. Vi ringrazio per l'attenzione.

Come completamento alla Commemorazione sopra riproposta, desidero richiamare ulteriori aspetti umani che mi legano alla sua figura.

Sono stato un allievo (e poi un amico) di Giuseppe Grioli. L'importanza che Grioli ebbe nell'ambiente matematico dell'Università di Padova (dove egli giunse nel 1949) è molto nota. Tra l'altro, come già ricordato, fu il Preside della Facoltà di Scienze matematiche, fisiche e naturali per 7 anni (dal 1968 al 1975) in un momento difficile, anche a causa della contestazione studentesca. Su un banco (di legno) della grande aula del Bo dove Grioli faceva lezione notai (incisa con un temperino) la scritta scherzosa "Grioli, Griolà" che, parafrasando Pirandello, esprimeva simpatia nei confronti di questo professore siciliano dagli occhi azzurri. La sua calma e la sua grande cortesia ottenevano rispetto anche da parte dei contestatori.

Desidero ora ricordare i viaggi che feci assieme a Grioli per partecipare a Convegni in Europa, negli Stati Uniti e in Canada, dove Grioli è sempre stato accolto come il massimo rappresentante della ricerca nell'ambito fisico-matematico. Penso di averlo accompagnato in questi soggiorni all'estero a partire dal 1973, quando fummo invitati in Polonia per partecipare ad un Convegno di una settimana. Eravamo alloggiati a Jablonna, nei pressi di Varsavia, in una lussuosa villa in mezzo ad un immenso parco attraversato dalla Vistola (il fiume che passa per Varsavia). A Grioli, esperto pianista e grande appassionato di musica, durante i suoi soggiorni in trasferta veniva sempre chiesto di suonare uno strumento a tastiera (pianoforte o clavicembalo), da solo oppure assieme ad altri musicisti. Fu così anche a Varsavia. Grioli si emozionò quando, un giorno ci condussero a visitare la casa dove abitò Chopin. Ritornammo in Polonia nel 1977, questa volta a Kozubnic, una località collinare sopra Cracovia. In quell'occasione venne fondata, il 16 settembre 1977, la "International Society of the Interaction of Mechanics and Mathematics",

tuttora operante. Desidero poi ricordare un viaggio negli Stati Uniti, per partecipare ad un Convegno organizzato, nel 1980, a Bethlehem (Pensilvania) dal Prof. R.S. Rivlin, presso il "Center for the Applications of the Mathematics" (della Lehigh University). Nell'intervallo tra questo convegno e uno successivo in Canada (a Toronto), fummo invitati dal Prof. Clifford Truesdell (la massima autorità americana dell'epoca nella meccanica dei continui) a trascorrere alcuni giorni nella sua abitazione "Il Palazzetto" a Baltimora. Truesdell venne a prenderci alla stazione delle corriere vestito da un'elegante divisa settecentesca, con una vecchia auto d'epoca: una "Maggiolino" nera. Ci condusse alla sua villa e a ciascuno di noi due assegnò una stanza arredata con mobili europei originali del '700, il secolo che Truesdell considerava di riferimento per la scienza. La stanza proposta a me aveva un arredamento viennese, naturalmente del '700. Nel salone d'ingresso erano situati due clavicembali. Subito Grioli si mise a suonare. I pranzi venivano serviti in una sequenza di sale. Si iniziava con l'antipasto in una stanza e, successivamente ci si spostava in un'altra stanza fino a giungere, per il dolce, in una sala con le pareti piene di libri (la biblioteca principale di Truesdell). Anche Truesdell manifestò grande stima e ammirazione nei confronti di Grioli.





UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA

Per i 100 anni di Giuseppe Grioli, una giornata di elasticità non lineare, un'interazione tra fisica matematica e ingegneria

Padova, 26 settembre 2013 - Dipartimento di Matematica - Aula 2BC60

Presentazione della ristampa del volume: *Mathematical Theory of Elastic Equilibrium*, Springer, 1962

a cura della Padova University Press (PUP), con il contributo del Dipartimento di Matematica, fondi ex 60% e del Magnifico Rettore dell'Università degli Studi di Padova



#### Programma:

**10:30:** Saluto di apertura e presentazione della ristampa del volume

**10:45:** Intervento del Direttore del Dipartimento di Matematica prof. Bruno Viscolani

**11:00:** Il Direttore del Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale prof. Carmelo Majorana (Università di Padova): Elasticità, Matematica e Ingegneria

**11:30:** Il Direttore del GNFM, Prof. Tommaso Ruggeri: Il ruolo di Giuseppe Grioli nella Fisica Matematica Italiana e alcuni suoi risultati scientifici

**12:00:** Prof. Paolo Podio Guidugli (Roma Tor Vergata): Elasticità non lineare, Giuseppe Grioli e la comunità internazionale.

Nel 2012 Giuseppe Grioli, Professore Emerito di Fisica Matematica, ha compiuto 100 anni. L'Università di Padova, allievi e colleghi, desiderano abbracciarlo con questa iniziativa di ristampa del suo trattato che rese nota ad un pubblico internazionale la portata dei risultati della scuola italiana nella teoria dell'elasticità non lineare. Questo volume, uscito esattamente 50 anni fa, costituisce il punto di arrivo di un percorso iniziato dai grandi maestri italiani del XIX e XX secolo (Betti, Cesaro, Marcolongo, Ricci-Curbastro, Levi-Civita, Beltrami, Morera, Volterra, Somigliana, Signorini e altri). Il volume, che con i suoi 50 anni ha raggiunto una dimensione storica, è ancora oggi citato in lavori e libri. Siamo convinti che questa riedizione potrà essere un servizio di forte utilità culturale.

Tra i vari temi trattati nel libro, vogliamo sottolinearne due che ci sembrano particolarmente significativi. Il primo è uno studio di metodi analitici di integrazione del problema dell'equilibrio elastico nel caso di deformazioni finite. Grioli riprende e sviluppa il metodo perturbativo di Signorini e presenta alcuni fondamentali teoremi di Stoppelli, concernenti l'esistenza, l'unicità e la sviluppabilità in serie di potenze di soluzioni. Successivamente Grioli affronta il problema dell'integrazione delle equazioni dell'elastostatica finita assumendo come incognita fondamentale lo stress (anziché lo spostamento); questo approccio ha dei vantaggi sia teorici che di convergenza numerica. Il secondo tema trattato nel libro, che vogliamo mettere in evidenza, riguarda l'elasticità asimmetrica. Una teoria generale dei corpi elastici con stress asimmetrico nel caso di deformazioni finite (che prevede la presenza di momenti superficiali, oltre che di massa) è impostata e sviluppata da Grioli. Vengono così gettate le basi della teoria delle microstrutture, la quale avrebbe poi avuto un enorme sviluppo ed è tuttora di grande interesse.

Franco Cardin  
Tullio Valent



#### Note biografiche:

Giuseppe Grioli (Messina, 10 aprile 1912) è uno dei maggiori rappresentanti della scuola italiana di Fisica Matematica, continuatore dell'opera di Antonio Signorini e maestro di numerosi allievi.

Presso l'Università di Messina si laurea con lode prima in Fisica e poi in Matematica. Nel 1938 diventa ricercatore dell'Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo del CNR, del quale successivamente diventa vice-direttore.

Nel 1949 risulta primo dei ternati per la cattedra di Meccanica Razionale dell'Università di Cagliari, ma nello stesso anno viene chiamato dall'Università di Padova, dove svolgerà tutta la sua attività accademica e scientifica.

Ricopre fino ai fuori ruolo la cattedra di Meccanica Razionale della Facoltà di Scienze, della quale è preside dal 1968 al 1975; successivamente diventa professore emerito. Nel 1969 viene nominato socio dell'Accademia Nazionale dei Lincei che lo vede decano della sezione Meccanica e Applicazioni della Matematica.

È inoltre membro dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere e Arti, dell'Accademia Patavina di Scienze, Lettere e Arti, dell'Accademia Nazionale delle Scienze, dell'Accademia Peloritana dei Pericolanti e delle Accademie di Scienze di Torino e di Palermo.

I campi principali delle sue ricerche sono la dinamica dei sistemi rigidi, la meccanica dei continui con particolare attenzione verso le trasformazioni reversibili e i sistemi dotati di struttura interna, la teoria delle vibrazioni.

Realizzazione grafica - Omar Trevisan - Dipartimento di Matematica - Università degli Studi di Padova





# Giuseppe Colombo

Alessandro Caporali <sup>50</sup>

“... Un fremito percorse l’assemblea: Barbicane, cavatosi il cappello dal capo con rapido gesto, continuò il suo discorso con voce pacata: –Non v’ha alcuno tra voi, onorevoli colleghi, che non abbia veduto la luna, e tanto meno che non ne abbia udito parlare. Non vi sorprenda se qui vengo a intrattenervi dell’astro della notte; forse ci è riserbato di essere il Colombo di questo mondo sconosciuto– ...”. Scherzando sul proprio cognome, Giuseppe ‘Bepi’ Colombo amava molto questa citazione tratta dal libro di Giulio Verne *Dalla Terra alla Luna*, quasi a sottolineare che quando ci si chiama Colombo si è in qualche modo predestinati ad esplorare nuovi mondi. E nella fattispecie la profezia si è avverata nel modo forse più bello perché è stata la mente, più che il corpo, a solcare gli spazi interplanetari senza limiti all’immaginazione. Le note biografiche di Giuseppe Colombo tratte dalla pagina web <https://ilbolive.unipd.it/it/chiera-bepi-colombo-uomo-che-rivoluziono-ricerca-spaziale>, vengono riportate di seguito. Con una laurea in matematica alla Scuola Normale Superiore di Pisa, Giuseppe Colombo (1920-1984) inizia la sua carriera all’università di Padova nel 1944 come assistente alla cattedra di meccanica razionale, fino a diventare professore ordinario nel 1955. Dopo aver insegnato alcuni anni anche a Catania, Modena e Genova, racconta Paolo Campogalliani nella sua biografia, nel 1961 viene chiamato alla cattedra di meccanica delle vibrazioni, di nuova attivazione in Italia, nella facoltà di Ingegneria dell’università di Padova. Gli viene affidato anche l’insegnamento di meccanica celeste nella facoltà di Scienze (e dal 1974 alla Scuola Normale Superiore di Pisa) e dal 1982 la cattedra di vettori e veicoli spaziali. Alla docenza in Italia alterna collaborazioni didattiche e di ricerca con numerosi istituti Oltreoceano, come l’Harvard College Observatory, lo Smithsonian Astrophysical Observatory, il Massachusetts In-

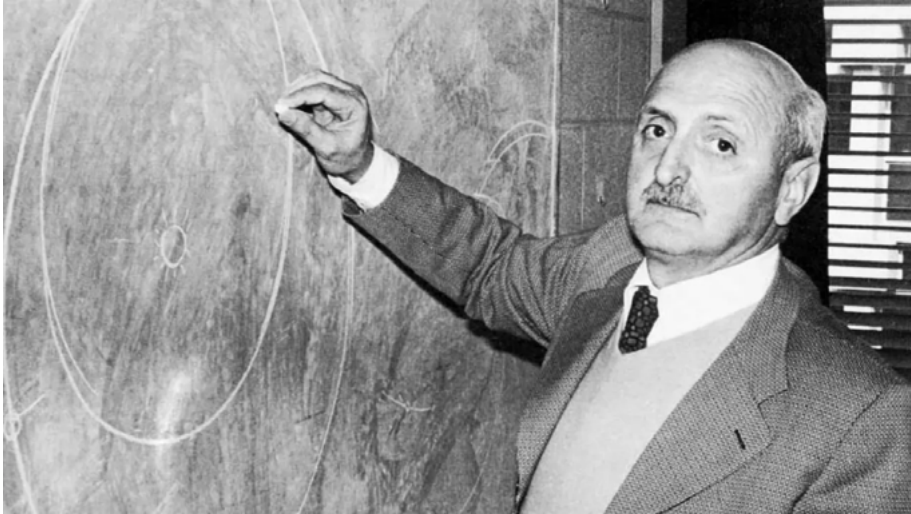
---

<sup>50</sup>Università di Padova, Dipartimento di Geoscienze, via G. Gradenigo, 6 35131 Padova.

stitute of Technology, il California Institute of Technology, il Jet Propulsion Laboratory di Pasadena. Alcune delle sue scoperte fondamentali nel campo della meccanica celeste sono legate alla risposta risonante di un sistema a sollecitazioni periodiche. Né è un esempio la scoperta che il pianeta Mercurio effettua tre rotazioni su sé stesso ogni due rivoluzioni intorno al Sole. Ma lo studio degli accoppiamenti risonanti ha riguardato anche il moto della Luna, le cui librazioni sono regolate dalle Leggi di Cassini, che Colombo dimostrò matematicamente. Nel 1970, ad un meeting al CALTECH sulla missione Mariner verso Venere e Mercurio, Colombo chiese allo specialista in orbite della NASA se non fosse possibile mettere il Voyager in un'orbita risonante 2:1 con Mercurio così da rendere possibili incontri multipli ogni sei mesi. L'idea, nata da un calcolo 'on the back of an envelope', venne alla fine accolta e realizzata nella missione. Negli anni 80 i dati delle sonde americane Voyager verso Saturno consentirono a Colombo ulteriori scoperte: in particolare quello che è noto come 'Colombo Gap' all'interno dell'anello C di Saturno, formato di particelle in orbita leggermente ellittica invece che circolare. Qui Colombo dimostrò che la precessione della linea apsida era sincrona con il periodo dell'orbita del satellite Titano, che orbita intorno a Saturno, così che la linea apsida del 'Colombo ringlet' punta sempre verso Titano. Questa propensione a cercare una armonia nei fenomeni naturali fa pensare alla Dottrina Pitagorica, nella quale la base della realtà e di ogni cosa in essa contenuta, compresi il cosmo e i suoi astri, è composta dai numeri. Pitagora arrivò ad indicare come sostanza primigenia l'armonia, che si basa appunto sul rapporto di numeri interi. I lavori di Meccanica Celeste sono forse i più belli da un punto di vista matematico. Tuttavia i contributi di Colombo sono stati molteplici anche in altri campi. Una intuizione straordinaria fu quella del 'Jupiter gravity assist': si trattava di mandare una sonda verso il Sole in un'orbita fuori dal piano dell'eclittica. Lanciare da terra una sonda in orbita ad elevate latitudini rispetto al piano dell'eclittica è estremamente dispendioso, ma ancora una volta come nel caso del Voyager, la gravità di un altro pianeta, in questo caso Giove, avrebbe fornito il necessario 'effetto fionda' per lanciare la sonda in regioni dello spazio ancora inesplorate. Colombo in realtà non fu entusiasta sostenitore della missione 'Out of the Ecliptic', ma sostenne con tutte le sue forze una missione in cui una sonda sarebbe stata lasciata cadere direttamente nel Sole. L'elenco delle missioni più ambiziose degli ultimi decenni annovera il nome di Colombo o tra i loro ispiratori, o tra coloro che hanno dato un contributo importante con soluzioni intelligenti. La missione alla Cometa di Halley sostenuta da Colombo anche con un memorabile convegno a Padova fu un'occasione di grande visibilità per l'Agenzia Spaziale Europea. La missione fu chiamata Giotto in relazione all'affresco nella Cappella degli Scrovegni. Né si può dimenticare

la missione denominata ‘Bepi Colombo’ al pianeta Mercurio, che consacra il nome di Bepi Colombo nel novero dei ‘Colombo’ grandi esploratori. Non va dimenticato il supporto entusiastico di Colombo al coinvolgimento di ricercatori Italiani nell’impiego delle tecnologie spaziali per lo studio della Terra: Telemetria Laser su satelliti artificiali e sui retro-riflettori lasciati dagli astronauti delle missioni Apollo sulla Luna, nonché la radio-interferometria su base lunga (VLBI) con sorgenti radio extragalattiche (quasar) come fonte di radiazione a distanze cosmologiche hanno consentito passi avanti decisivi nella misura diretta della velocità delle placche litosferiche, nelle anomalie della rotazione terrestre, nello studio delle maree solide e oceaniche e nella interazione tra Terra Solida e Terra Fluida (oceani e atmosfera), che è così cruciale per lo studio dei cambiamenti climatici. Il Centro di Geodesia Spaziale creato a Matera nei primi anni 80 è intitolato alla memoria di Giuseppe Colombo. In tutte questa attività la partnership con due figure chiave, il fisico di estrazione padovana Luciano Guerriero, Presidente dell’Agenzia Spaziale Italiana, e il Prof. Mario Puppi, veneziano dell’Università di Bologna, diedero luogo a una sinergia straordinaria. Negli ultimi anni Giuseppe Colombo si concentrò sui sistemi a filo, un’idea condivisa con Mario Grossi e che aveva il potenziale di segnare una via nuova nella costruzione di grandi strutture orbitanti intorno alla Terra sfruttando le potenzialità dello Space Shuttle. Erano inizialmente previste due configurazioni: quella con il satellite in basso e lo Space Shuttle in alto, per ricerche atmosferiche ma anche per comunicazioni a bassa frequenza oppure per far volare un satellite in orbita molto bassa senza la necessità di periodiche manovre per compensare l’attrito atmosferico. La configurazione ‘elettrodinamica’ prevedeva invece lo Shuttle in basso e il satellite in alto. Essa deve il suo nome alla circostanza che il filo conduttore congiungente lo Shuttle al satellite, di lunghezza circa 20 km, sarebbe stato percorso da corrente elettrica indotta, mentre taglia le linee del campo magnetico terrestre. Il problema tecnologico che assillava Colombo era quello del deployment: come fare a mettere e tenere in tensione il filo nelle fasi iniziali, quando il differenziale di gravità è molto piccolo. Il problema fu risolto, ma al momento cruciale un difetto costruttivo non imputabile a Colombo fece fallire la missione. I riconoscimenti tributati alla grande figura di scienziato sono stati molteplici, in Italia e all’Estero, specie negli Stati Uniti. E’ stato membro effettivo dell’Accademia dei Lincei e della Accademia dei XL. Medaglia d’oro della NASA per ‘Outstanding Scientific Achievement’ (1983). La città di Padova gli ha dedicato il tratto di percorso pedonale che porta al ponte di Porta Portello lungo l’argine del Piovego. Chi lo ha conosciuto da vicino lo ricorda nel suo ‘loculo’ (come lo chiamava) allo Harvard Smithsonian Astrophysical Observatory, oppure nel suo appartamento di Cambridge, o da Joyce Chen, il ristorante cinese presso

Boston dove si andava con Mario Grossi e Enrico Lorenzini a pranzo per poi fare interminabili discussioni e calcoli 'on the back of an envelope'. A Padova lo ricordiamo nel suo luminoso ufficio al sesto piano dell'Istituto di Meccanica Applicata, con a fianco la signora Fregnan nella duplice veste di segretaria e ... Angelo Custode. Il CISAS (Centro Interdipartimentale di Studi e Attività Spaziali, ora Centro di Ateneo, 'G. Colombo') è stato fortemente voluto da Franco Angrilli, Cesare Barbieri, Pierluigi Bernacca, Giorgio Vittorio Dal Piaz e Pino Tondello. Oggi, grazie anche all'impegno profuso a piene mani dal suo direttore Prof. Stefano Debei, rappresenta un fiore all'occhiello dell'Università di Padova, gode di notevoli finanziamenti ed è stato il motore per iniziative quali la Laurea in Ingegneria Aerospaziale, suddivisa ora in Spazio e Aeronautica, con un numero di studenti molto elevato nel contesto delle Lauree in Ingegneria. Il 19 Giugno del 1983, nella Sala dello Scrutinio a Palazzo Ducale a Venezia, durante l'adunanza dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Giuseppe Colombo parla forse per l'ultima volta in pubblico. Richiamandosi a Pirandello egli dice: Questi [personaggi della mia immaginazione] ormai nati, pieni di vita, vogliono vivere e mi incitano a sforzarmi perché questo si avveri, mentre io confesso la mia impotenza e la mia incapacità di soddisfarli nel breve lasso di tempo concessomi dal destino. Si tratta di un gigante corazzato e difeso da un grande scudo che si avventa contro il sole in un'epica lotta, di un pescatore celeste che con una lunga lenza pesca i segreti di una natura che appare da una parte sempre più invitante e dall'altra sempre più riservata, di una enorme e leggera farfalla che si libra nella luce del sole per percorrere le vie profonde fra i pianeti, di gigantesche meduse celesti capaci di modificare la luce solare nella sua intensità e nel suo cammino per preservare e proteggere questo nostro delicato rifugio, la Terra, il gioiello del Sistema Solare. Nel silenzio e nell'ombra della sera che scende, questi personaggi diventano sempre più insistenti, e mentre intorno a me sento mormorare ironicamente 'Finzioni! Fantascienza!', loro urlano disperati: 'Finzione? Realtà, signori! Realtà!'.



**BepiColombo Mission**



BepiColombo will explore Mercury. Europe's space scientists have identified the mission as one of the most challenging long-term planetary projects, because Mercury's proximity to the Sun makes it difficult for a spacecraft to reach the planet and to survive in the harsh environment found there.

Missione “Bepi Colombo”, in viaggio verso Mercurio



# Aldo Bressan

Alberto Bressan <sup>51</sup>

Franco Cardin <sup>52</sup>

Aldo Bressan (1926 - 2007) rimane una figura eclettica, singolare, nel panorama della matematica della nostra Università. Matematico: cultore di meccanica e di logica. È stato pure un valente pianista concertista.

Si laurea in Fisica a Padova nel 1951, diretto da Giuseppe Grioli, e ne diventa subito assistente. Nel 1963 vince una cattedra di Meccanica Razionale a Palermo e poi dal 1968 a Padova, dove insegna Meccanica Razionale, Meccanica dei Continui, Geometria Differenziale e Logica Matematica. Nel 2003 è professore emerito. Aldo Bressan è stato socio corrispondente dell'Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti dal 1981. È anche stato socio dell'Accademia Nazionale dei Lincei, corrispondente dal 1980 e nazionale dal 1991.

Oltre i 4/5 della sua attività riguardano direttamente la Fisica Matematica; il resto è rivolto alla Logica Matematica, specie per l'assiomatizzazione delle teorie fisiche alla Mach-Painlevé e alla filosofia della scienza. Questa triplice interdisciplinarietà emerge fin dall'inizio della sua carriera, in importanti congressi quali il Colloque International La Methode Axiomatique, Paris 1959.

Aldo Bressan ha lavorato fundamentalmente nei seguenti campi. Elasticità classica (deformazioni finite, coppie di contatto, onde), corpo rigido, Meccanica Analitica, Logica Matematica modale (ossia la logica della possibilità), fondamenti della Meccanica Razionale (vincoli, principi) trattati usando la logica modale, cinematica e dinamica in Relatività Generale per sistemi continui, compresi i materiali elastici e con memoria, nonché principi variazionali, fondamenti di Relatività Ristretta e Generale, e fondamenti di Meccanica

---

<sup>51</sup>Department of Mathematics, Penn State University, University Park, PA, 16802, USA.

<sup>52</sup>Università di Padova, Dipartimento di Matematica Tullio Levi-Civita, Via Trieste, 63, 35121 Padova.

Quantistica. Dopo una feconda produzione nella cosiddetta Termodinamica Relativistica non-stazionaria dei primi anni ottanta, si rivolge allo studio sistematico della teoria del controllo dei sistemi meccanici. I suoi risultati sono stati memorabili: fu anche qui un pioniere, introdusse l'uso delle coordinate Lagrangiane come controlli e alcuni dei suoi risultati furono solo successivamente riscoperti, da importanti autori, col linguaggio della geometria differenziale delle connessioni sui fibrati.

L'influenza di Rudolf Carnap in logica modale suggerì ad Aldo Bressan la costruzione di un semplice linguaggio estensionale nel quale, a partire da un lavoro interdisciplinare del 1962 per sistemi particellari (di circa 200 pagine, un gioiello nei Rendiconti di Padova), superò, mediante una teoria di tipo modale, varie difficoltà presenti nelle precedenti assiomatizzazioni della Meccanica alla Mach-Painlevé. Nel 1972 Bressan pubblica *A General Interpreted Modal Calculus* (Yale University Press), un trattato di teoria generale di Logica modale adatta all'interpretazione delle teorie fisiche o naturali, da un punto di vista più evoluto rispetto al lavoro del 1962. Nella prefazione al libro, Nuel Belnap scrive:

*The book in your hands, written by a professor of physics working in Padua in the very shadow of the chair from which Galileo first preached the marriage of mathematics and nature, is the most important contribution to date concerning the introduction of quantifiers into modal logic. It surpasses any article or book in the generality of its conceptions, the degree of their development, and the profundity of the attendant analysis. Perhaps one should credit the author's near total isolation from the logical community for allowing him to proceed with the elaboration of his fresh ideas unobstructed by premature criticism, and doubtless one must credit his uncompromising insistence on "usability" to the fact that his enterprise arose from and has been continually nourished by the felt needs of a practicing physicist.*

Fu infine Clifford Truesdell a sollecitare Aldo Bressan a scrivere lo Springer Tracts in Natural Philosophy: *Relativistic Theories of Materials* (1978). La sua formulazione del Principio di Indifferenza Materiale è considerata una costruzione inevitabile per chiunque affronti rigorosamente la meccanica dei continui relativistici; questo è stato sottolineato in vari moderni trattati sull'argomento, in particolare da Jerrold Marsden.

Aldo Bressan è stato un vero seminatore: ha fatto crescere numerosi allievi, che oggi sono, o sono stati, professori in Fisica Matematica, in Analisi Matematica, in Logica Matematica e in Informatica.

All'attività scientifica, Aldo ha sempre affiancato una passione per la musica e per lo sport: discipline entrambe affrontate con uno spirito di rigore, ed una continua tensione al miglioramento.

Compiendo gli studi musicali al conservatorio di Venezia, sotto la guida del pianista Guido Agosti e del compositore Virgilio Mortari, negli anni 1938–1943 Aldo Bressan ha tenuto concerti in varie città italiane. Dopo la guerra, lasciò l'attività concertistica per dedicarsi agli studi di fisica matematica, ma rimase sempre uno straordinario pianista. Dal grande pianoforte Steinway della sua casa a Padova, le note delle sonate di Beethoven e delle polacche di Chopin sono da sempre impresse nella memoria dei familiari.

Come ricorda la figlia Luisa:

*La nostra casa ha soffitti e pareti di musica. Col suo respiro, la musica ci trapassa per ore, senza pretendere ascolto o silenzio. È un'emanazione stessa delle stagioni attraverso i vetri del salone, dei corridoi, delle scale... È il filo di un pensiero ininterrotto che ci portiamo dentro da sempre, il tepore di un'appartenenza, di un volto... qualcosa che rischiari questo nostro andare incessante, distinguendovi ritorni e partenze. La musica è il nostro focolare: il silenzio improvviso delle braci prepara, in segreto, sempre nuovi bagliori e scintille... Il suo crepitio familiare, in fondo alle nostre esistenze, disperde i vapori dell'inverno e arresta lontano, sopra la linea dei castagni, la corsa del tempo.*

*Nessuno lo vede, mio padre, scivolare dietro la tastiera richiudendosi alle spalle la porta del salotto. La polacca militare di Chopin è già in ogni stanza: raggiunge nitida sgabuzzini e soffitte e penetra, come una spada, la penombra della cantina. Per chi ha bevuto al calice doloroso e dolce della musica, la maturità e l'infanzia camminano una nell'altra; sospirano insieme, al grido della primavera, quando la vita ci spinge a una danza di cui non possediamo le forme, il disegno...*

*Di ritorno da scuola la musica ci accoglieva sempre come un piccolo faro, dal fondo della via Pasubio.*

*Un brano si lega ad un altro e i motivi s'impastano senza sosta tra le dita di mio padre. Leggerli non serve neppure: escono da soli, come fantasmi, dagli spartiti. Basta un piccolo scarto di tonalità, una nota ribattuta, un pensiero improvviso, perché un tema slitti in un altro, lontanissimo. In questo passaggio continuo da maggiore a minore, da andante sostenuto ad allegro e poi di nuovo ad un adagio pianissimo, mio padre può parlare per ore ed ore a se stesso. La simbiosi con la tastiera è tale che suonare è per lui un modo alternativo di respirare... A volte, è un modo per farsi una ragione delle cose, una via per dimenticare, una tattica per non pensare...*

*Le rapide della musica ci conducono senza interruzione tra le rive diseguali degli stati d'animo: armonia perfetta e priva di ombre, ripiegamento accorato, nostalgia sognante, smarrimento, trionfo di certezze...*

*Verrebbe da pensare a un libero sfogo dell'anima, trascinata ora in una sfera musicale ora in un'altra dall'inclinazione del momento; e invece, dietro questo apparente abbandono alla tastiera si cela spesso un approccio più ragionato e severo. Addentrarsi in un pezzo equivale a sondarne tutta la forza espressiva ma senza inutili forzature, estrapolazioni o compiacimenti ingiustificati. È la verità e l'intensità della melodia che bisogna ricercare, e la trasparenza del discorso musicale nelle frasi ampie e sottili che lo compongono. Inforcati gli occhiali e lanciato il metronomo è ancora una volta una battaglia per il rigore ad assorbire nostro padre: una paziente, certosina ricerca di verità e di senso.*

Oltre alla musica, la montagna ha da sempre costituito un richiamo ineludibile nella vita di Aldo: escursioni ed arrampicate d'estate, sci durante l'inverno. Ma anche nello sport, ha sviluppato un approccio personalissimo, tutt'altro che convenzionale. Sempre dalle parole di Luisa:

*Mio padre si offre alla montagna senza guida stampata dei sentieri, senza siero antivipera, senza bussola, occhiali da sole o crema solare. Le boscaglie più fitte, le radure più remote gli aprono da sempre i loro misteri. Inutile equipaggiarsi, come i comuni escursionisti, di una quantità di futili accessori. I sentieri battuti, i prati frequentati a mezza costa, la segnaletica troppo evidente e l'eccesso d'informazione lo annoiano. La sua gioia ha inizio là dove i tratturi si perdono, le tacche rosse sulle pietre si dissolvono, i percorsi s'intrecciano... Il passaggio vincente preferisce scovarselo da solo, facendosi largo nel fitto dei rododendri, tra i cespì di mirtillo, sul letto abbandonato dei torrenti. Le direzioni ama fiutarle nell'aria, tra le pieghe del muschio, sulle cortecce, come i cani fiutano la pista dei caprioli. Ascende instancabile per ore, rapido come le nuvolette di vapore che gli galleggiano accanto, sui dirupi. La somiglianza con un piccolo quadrupede delle Alpi è accentuata dall'uso di camminare basso e un pochino curvo sulle gambe.*

*"Abbassati di più col busto sulle gambe" mi diceva sempre a inizio gita. "Bisogna camminare molto bassi per risparmiare energia, e rilassarsi molto sulle ginocchia. Vedi? Funziona così: abbassando il baricentro si incrementa sensibilmente la velocità".*

*Una strada sperimentata nell'andata non conservava più attrazioni per il ritorno e bisognava cercare nuove emozioni su altri fronti: ora ammolandosi i piedi in radure acquitrinose, ora scorticandosi le ginocchia in mezzo ai rovi, ora consumandosi le scarpe su interminabili ghiaioni. Chi si aggregasse per sventura alle nostre gite di famiglia capiva subito che, nonostante le vesti occasionali di pastore, mio padre apparteneva geneticamente alla categoria dei*

*rocciatori solitari. Era l'uomo delle cime, cui i venti d'alta quota sussurrano nell'orecchio la via delle aquile...*

Di una tipica gita sulle montagne del Trentino, i figli ricordano:

*Trottiamo accanto a lui, nella densa foschia del mattino. Nella sua allegria limpida e saltellante, la vita ci apre orizzonti di festa e tradisce il suo sguardo più azzurro.*

*Lui, al contrario, agisce aggrappato al moto delle lancette, quasi ne fosse internamente alimentato. Il gusto dell'azione se lo gioca tutto in una sfida contro il tempo. Il tratto dal bosco alla malga, il tratto dalla malga al torrente, la salita torrente-cascate, il cascate-capanno dei bracconieri: ogni segmento di sentiero, associato a un numero di minuti primi, s'illumina di senso sotto le sue pedule alate.*

*"Molto bene" dice avvistando malga Scale, al limitare del bosco "abbiamo fatto prestino! "*

*"Quanto ci abbiamo messo, papà?" domandiamo incuriositi, senza peraltro sentirci condizionati in alcun modo dal risultato.*

*"Trentadue minuti circa" dice "calcolati dal ponte del Pastin. L'anno scorso, da solo, ci sono arrivato in diciotto minuti, ma quando ero molto allenato."*

Ancora dagli scritti di Luisa:

*Dopo la terapia intensiva di mia madre, che trovava un'esclamazione diversa per ogni stelo d'erba sporgente sul sentiero, qualcuno l'aveva visto sostare e formulare, anche lui, brevi espressioni di lode per bellezze naturalistiche del nostro pianeta. Quando questo capitava, quando mio padre notava qualcosa, lo ascoltavamo tutti in silenzio, ammirati. Qualche volta notava l'inclinazione irregolare del tronco di un albero, un'altra volta un fenomeno curioso prodotto dalla luce attraverso i vapori del bosco... A pensarci bene, più che all'abbandono cosmico il suo spirito puntava dritto al peregrino e all'insolito.*

*La bellezza non era più il divino che espandeva il cuore di mia madre, ma l'inconsueto che scompigliava il suo ordine mentale. Se proprio gli capitava di reputare un paesaggio "bello", la sua mente non arrivava mai a dissolversi in esso: soltanto constatava la fortuna che ci era toccata nel trovarci in quel posto in quel preciso istante. Le sue parole non suonavano mai come un moto alato e spontaneo dello spirito; parevano invece la dimostrazione razionale dell'immenso giovamento psico-fisico che la gita ci stava procurando.*

*Uno scenario innevato di cime, il fischio di una marmotta in fuga o l'avvistamento di un giglio martagone erano tutti elementi vantaggiosissimi al successo di una gita. Indicato come  $V$  il valore dell'escursione, avrei potuto dire più brevemente che  $V$  cresceva in modo direttamente proporzionale ad  $N$  e ad  $O$ , dove  $N$  ed  $O$  stavano rispettivamente per il numero e l'originalità degli*

*avvistamenti. Collezionare ad esempio, in una stessa risalita, un tramonto ad alta quota, una cascata di una certa potenza ed un uccello che potesse identificarsi con un'aquila era senza dubbio, per tutti, una gran soddisfazione. Ogni specie di animali avvistata valeva un punto nella valutazione complessiva della gita, e i punti potevano moltiplicarsi secondo il numero degli esemplari avvistati per ciascuna specie. Il resoconto di una giornata d'incanto trascorsa sulle cime mozzafiato della Val di Sole avrebbe potuto essere all'incirca così: due camosci da parecchio vicino, uno da media distanza, un altro da lontanissimo (a meno che non si trattasse di sporgenza rocciosa con fattezze di camoscio), una poiana, la testa di una marmotta, fruscio di probabili caprioli e quattro impronte di animale misterioso, forse appartenente alla famiglia del cinghiale, o dell'orso...*

Fra tutti gli sport, lo sci è stato quello praticato da Aldo col maggior entusiasmo, fino ad età avanzata. Anche in questo caso, la motivazione non veniva dagli spettacolari paesaggi innevati delle Dolomiti:

*Salire e scendere la montagna per il solo gusto di prendere il sole e sentirsi fischiare il vento nelle orecchie non avrebbe alcun senso, per mio padre. Non capirebbe neppure quelli che si contentano di tre o quattro discese e ad ogni poco si stendono a bordo pista, a conversare e a ridere con gli amici. Come concepire, poi, quelli che si chiudono come talpe dentro ai rifugi, lieti di sfuggire così al freddo e alla fatica? Di tutta quella folla sgargiante che intreccia cristianie sulla neve spargendo aloni di burro di cacao e crema solare profumata al cocco, egli non vede e non comprende nessuno. Si sfiorano, lui e loro, per pura coincidenza di traiettorie: pianeti sconosciuti risucchiati da universi lontanissimi...*

Piuttosto, la motivazione stava nella costante ricerca di affinare la tecnica di discesa, sperimentando quegli stessi principi di meccanica razionale e di teoria del controllo che andava parallelamente studiando.

"E' sempre utilissimo parlare con i maestri di sci" spiegava alla moglie Anna, scettica, "specialmente quando ci sono molte cose da correggere", perché - frase rimasta celebre nel lessico familiare - "maggiore è il difetto, maggiore è il giovamento" (...se si riesce ad eliminarlo).

E di consigli su come migliorare la tecnica sciistica era sempre prodigo: sia verso i figli o i parenti, come per i giovani assistenti universitari che invitava a trascorre qualche giornata sulle piste innevate di Folgarida o Madonna di Campiglio. Naturalmente, ogni consiglio posturale doveva essere supportato con rigore da precisi teoremi di fisica e di meccanica: la spinta, il rimbalzo, l'accelerazione, l'attrito... E furono proprio alcune osservazioni fatte lungo le piste di sci a suggerirgli di sviluppare una nuova teoria del controllo per siste-

mi Lagrangiani, dove una o più coordinate vengono assegnate come funzioni controllo.

Nella memoria dei figli, come degli allievi che lo hanno affiancato nella ricerca, Aldo Bressan rimane una persona assolutamente fuori dal comune. Generoso, e pur schivo delle convenzioni sociali, lascia una ricca eredità scientifica. Idee da lui introdotte, in diversi campi della fisica, della logica, e della matematica, continuano a fornire ispirazione per ulteriori fecondi sviluppi.



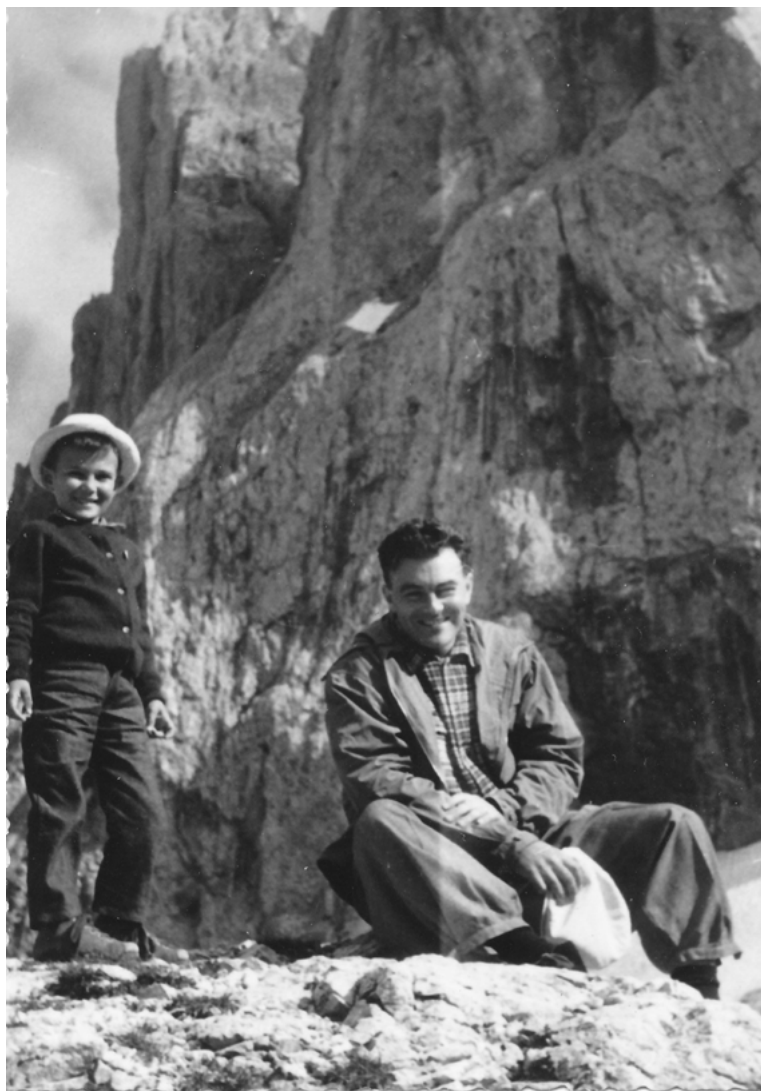
Anna e Aldo Bressan, 1957



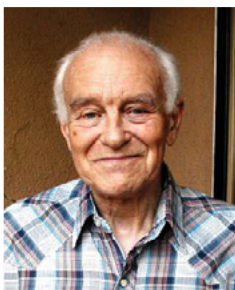
Aldo Bressan, 1958



Folgarida, 1985 - da sinistra: Mario Pitteri, Alberto Bressan, Gaetano Zampieri, Aldo Bressan, Franco Cardin



Alberto e Aldo Bressan, gita al Mulaz, 1963



Giornata di studio e conferenze  
sullo stato dell'arte e sui rapporti  
interdisciplinari in

## MECCANICA E LOGICA

per gli 80 anni del Professore Emerito di Fisica Matematica

### Aldo Bressan

Con il patrocinio dell'Università degli Studi di Padova, del Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata e del Dipartimento di Metodi e Modelli Matematici per le Scienze Applicate

Lunedì 19 giugno 2006

Sala dell'Archivio Antico del Palazzo del Bo' dell'Università di Padova, in via 8 Febbraio.

I lavori avranno inizio alle ore 9.00

Presenteranno una relazione i seguenti conferenzieri:

Giuseppe Grioli: Introduzione

Alberto Bressan: L'altalena, lo sci, e il movimento nei fluidi

Antonino Drago: La logica nella fisica teorica: l'importanza della logica non classica

Pierdaniele Giaretta: Aspetti e problemi dell'interazione fra logica e filosofia

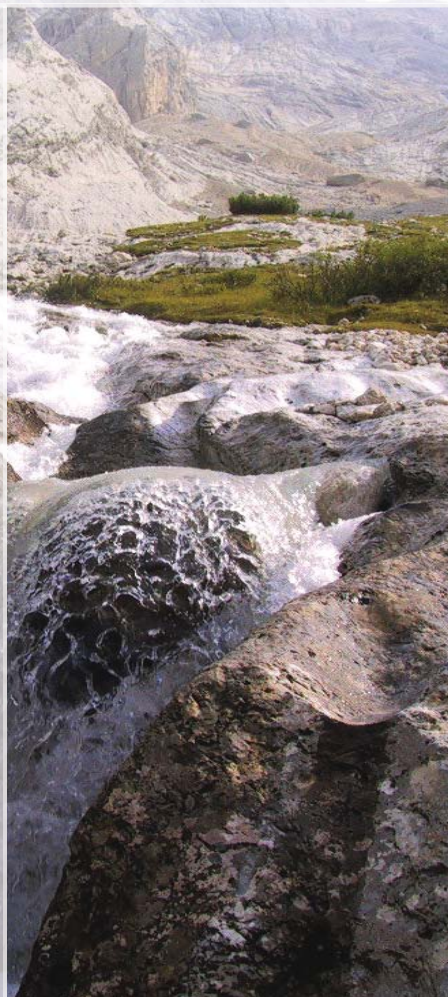
Sandro Graffi: Confronto fra evoluzione classica ed evoluzione quantistica del medesimo sistema meccanico prima e dopo l'istante di Ehrenfest

Tommaso Ruggeri: Sul sistema iperbolico di una miscela di gas di Eulero con diverse temperature

Piero Villaggio: Problemi variazionali della locomozione

Sostengono l'organizzazione della giornata di studio: GNFM, Prin2005 unità locale "Modelli Matematici per la Scienza dei Materiali", Progetto locale "Logica e Fondamenti della Matematica".

E' gradita la segnalazione della partecipazione al convegno e al pranzo nella affiuga sala della Basilica con un messaggio all'indirizzo: [cardin@math.unipd.it](mailto:cardin@math.unipd.it)



# Matematica Applicata



# La Matematica Applicata a Padova dal 1960 a oggi

Wolfgang Runggaldier <sup>53</sup>

**La matematica applicata cos'è ?**

Non è facile dare una chiara definizione di cosa sia la matematica applicata. La si pensa comunemente come una matematica motivata dalle possibili applicazioni, oppure intesa per le applicazioni, ma è sempre matematica ed in questo è diversa dalle applicazioni della matematica. I settori tradizionali della matematica sono quelli che vanno sotto il nome di matematica pura cioè Algebra e Logica, Analisi, Geometria. Tradizionalmente anche la Meccanica, razionale o analitica, viene considerata tra i settori della matematica pura anche se in realtà corrisponderebbe a quello che sopra era considerato matematica applicata. In un certo senso tutti i settori della matematica pura rientrerebbero almeno in parte nella matematica applicata, tant'è che vengono insegnati in percorsi applicativi quale l'Ingegneria. Cos'è allora da considerarsi come matematica applicata? Un po' per tradizione, la Probabilità, che in un certo senso potrebbe considerarsi come un ramo dell'Analisi, e con essa la Statistica matematica, vengono considerate matematica applicata. Più vicine alle applicazioni, vengono poi considerate matematica applicata l'Analisi numerica, l'Economia matematica e la Ricerca operativa. Potrebbe pure considerarsi l'Informatica, ma quest'ultima ha intrapreso uno sviluppo autonomo.

---

<sup>53</sup>Con la collaborazione di Gianni Andreatta e Bruno Viscolani - Università di Padova, Dipartimento di Matematica Tullio Levi-Civita, Via Trieste, 63, 35121 Padova, Italy.

## **Gli inizi**

Prima degli anni '60, a Padova esisteva sostanzialmente solo la matematica pura con inclusa la Meccanica. C'era un corso di Statistica matematica, che però non era offerto sistematicamente. In vista della matematica applicata le cose sono iniziate a cambiare con l'istituzione nei primi anni '60 di un corso di Probabilità insegnato da Mario Volpato con interventi occasionali da parte di Bruno De Finetti che è considerato uno dei maggiori probabilisti italiani. Mario Volpato proveniva dall'Analisi ma è poi passato a dedicarsi alla matematica applicata. Era uno dei primi in Italia ad occuparsi di Ricerca operativa, che egli ha sviluppato prevalentemente nella sede di Venezia. A Padova continuava ad insegnare per molti anni la Probabilità. Egli era però anche un uomo pratico e, soprattutto nella zona di Padova, ha promosso molte strutture di supporto alle decisioni manageriali, tra cui in particolare strutture per calcoli complessi. Era quasi scandalizzato da quanto poco certi dirigenti sapessero far uso dei calcolatori, commentando che loro non sapevano nemmeno se andavano a corrente, a nafta, o a manovella. Era anche per molto tempo presidente della Camera di Commercio. Era una persona, pronta di spirito, che sapeva trattare molto bene con le persone. Non ha mai abbandonato il suo dialetto veneto anche in ambienti dove era opportuno usare un linguaggio più raffinato che lui una volta chiamò un 'italiano arzigogolato'.

A fare veramente decollare la matematica applicata nel senso suesposto anche all'interno dell'Istituto di Matematica era poi la genialità e lungimiranza di Mario Baldassarri. Egli, pur essendo un geometra algebrico, era affascinato dagli sviluppi delle scienze e tecnologie moderne e dai contributi che la matematica avrebbe potuto dare a questi settori applicativi. Assieme a Mario Volpato ed al fisico Claudio Villi, egli ha dato vita nel 1964 al Centro di Matematica Applicata (CMA).

## **Il Centro di Matematica Applicata (CMA)**

L'effetto immediato della creazione del CMA era l'introduzione di alcuni corsi di matematica applicata oltre alla Probabilità, e cioè dell'Analisi Numerica (allora chiamato Calcolo Numerico), dell'Economia Matematica, della Teoria dell'Informazione e del Calcolo Analogico ed Elettronica. I docenti per questi corsi dovevano essere reclutati all'esterno dell'Istituto di matematica ed erano inizialmente, nell'ordine dei corsi elencati, Giovanni Marchesini (ingegneria), Giovanni Castellani (Venezia), Mauro Barbarotto e Luigi Beghi. Gli ultimi due erano poi venuti a far parte dei membri residenti del CMA assieme a qualche docente legato a Mario Baldassarri, mentre i primi due facevano parte

del gruppo dei ricercatori affiliati al Centro. Nel 1965 l'Istituto di Matematica venne diviso in due Istituti: l'Istituto di Algebra e Geometria, e l'Istituto di Analisi Matematica, di Meccanica Razionale e di Fisica Matematica. La maggioranza dei membri del CMA vennero a far parte del secondo.

### **La espansione della Matematica Applicata oltre il CMA**

La descrizione che segue è in parte impostata sulla storia personale di alcuni matematici applicati che, nella seconda metà del secolo scorso, hanno fatto il loro percorso maggiormente a Padova.

Nell'a.a. 1963/64 Mario Baldassarri aveva anche istituito un seminario regolare su matematiche avanzate di interesse per le applicazioni, in particolare su metodologie per l'ottimizzazione legate alle applicazioni. Si trattava essenzialmente della Programmazione dinamica come descritta nell'allora recente libro di Richard Bellman e le sue varie applicazioni concrete. Sempre in quegli anni sono anche stati leggermente modificati alcuni regolamenti di studio, in particolare ci si poteva laureare in matematica con la dicitura "matematica applicata". Il primo a laurearsi come matematico applicato era Wolfgang Runggaldier. Egli aveva avuto la fortuna di seguire il suddetto seminario di Mario Baldassarri e svolgere la tesi sotto la sua guida. Questa tesi riguardava il principio di Pontryagin come metodo di ottimizzazione, che è legato al Calcolo delle Variazioni. Purtroppo Mario Baldassarri era venuto a mancare prematuramente nell'estate del 1964 e la tesi era stata completata sotto la guida di Mario Volpato. Questi si stava entusiasmando di quelle tematiche soprattutto in vista delle loro applicazioni in Ricerca Operativa che Mario Volpato stava iniziando a sviluppare soprattutto nella sede di Venezia. Dopo la laurea Wolfgang Runggaldier è entrato a far parte del CMA per due anni finanziato da borse di studio e lavorando principalmente sotto la guida di Mario Volpato su tematiche di ottimizzazione e Ricerca Operativa. Essendo venuto a mancare Mario Baldassarri, la direzione del CMA era inizialmente stata affidata ad un non matematico per poi passare fino al 1990 a Mario Volpato che però aveva i suoi interessi principali a Venezia. Con la scomparsa di Mario Baldassarri, era venuto a mancare anche il suo dinamismo ed il CMA stentava a proseguire per la strada prevista. Erano essenzialmente rimasti i corsi avviati per l'iniziativa di Mario Baldassarri dove, per l'insegnamento del Calcolo Numerico, Renato Zanovello era venuto a sostituire Giovanni Marchesini. A causa dello spostamento degli interessi all'interno della matematica applicata, il corso di Teoria dell'Informazione è stato tolto e quello di Calcolo Analogico ed Elettronica è successivamente diventato, prima un corso di Analisi per le applicazioni, e poi un corso avanzato nell'ambito della Probabilità. Al CMA stesso non c'era più

molta attività con i suoi membri che tornavano alle loro origini e così, dopo due anni, anche Wolfgang Runggaldier ha lasciato il Centro ed è passato all'Università di Zurigo come assistente, prima al Centro di Calcolo e successivamente al neo-istituito Istituto per la Ricerca Operativa e l'Elaborazione Elettronica dei Dati.

### **Il ruolo della Facoltà di Scienze Statistiche e del Laboratorio LADSEB del CNR**

Nel frattempo a Padova si stava formando la Facoltà di Statistica che inizialmente appariva strutturata come lo potrebbe essere una Facoltà di Matematica applicata ma poi si era sviluppata più centrata sulla Statistica e le sue applicazioni. Parallelamente, per iniziativa di ricercatori di Teoria dei Sistemi, in particolare Antonio Lepschy, Giovanni Marchesini, Luigi Mariani, Doriano Ciscato, veniva istituito il gruppo di studio di Teoria dei Sistemi presso un laboratorio del CNR col nome LADSEB (Laboratorio di Dinamica dei Sistemi ed Elettronica Biomedica). Era un laboratorio molto dinamico dove erano stati attivati molti contatti con scienziati di rilievo di tutto il mondo. Nel 1969 Wolfgang Runggaldier aveva avuto la possibilità di rientrare in Italia come docente alla appena istituita Facoltà di Statistica con successiva affiliazione anche al laboratorio LADSEB. Sempre nel 1969 furono approvati i primi piani liberi di studio e i corsi di Matematica applicata ottennero un numero gradimento. A Matematica, oltre ai i corsi di matematica applicata già esistenti, nel 1972 è stato attivato anche il corso di Statistica Matematica che veniva affidato a Runggaldier. Per quanto riguarda la Ricerca Operativa, il professor Paolo Malesani teneva in quegli anni due corsi: uno denominato Ricerca Operativa e l'altro Programmazione Matematica. Il professor Malesani, laureato in matematica, proveniva come formazione dal gruppo veneziano del professor Mario Volpato ma aveva anche avuto esperienze industriali presso la Olivetti. La sua passione per la materia e per l'insegnamento della stessa furono contagiose. La maggior parte delle persone che si laurearono con lui, trovarono occupazione fuori dall'Università. Gradualmente vari altri matematici applicati ed affini, che in qualche maniera erano transitati per la Facoltà di Statistica ed il LADSEB, venivano incaricati di insegnamenti di matematica applicata a Matematica, tra cui Giovanni Di Masi, Michele Pavon, Giovanni Andreatta, Paolo Dai Pra. Quasi tutti loro avevano nel frattempo ottenuto un Ph.D. in matematiche applicate negli Stati Uniti, grazie soprattutto alle conoscenze avviate dal LADSEB, in particolare con il Prof. Harold Kushner della Brown University, con cui ha successivamente lavorato anche Runggaldier. In questa maniera la matematica applicata ha ripreso un solido piede anche a

Matematica, in particolare dopo l'istituzione del Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata. Nell'a.a. 1977/78, anche la Facoltà di Ingegneria decise di attivare un insegnamento di Ricerca Operativa che fu affidato per i primi due anni a Giovanni Andreatta, laureatosi in Matematica con Malesani, frequentatore del già citato Ladseb e, grazie ai frequentatori stranieri del Ladseb, in particolare del Professor Sanjoy Mitter, ebbe la possibilità di frequentare il MIT di Cambridge (MA, USA) per un paio di anni e di specializzarsi nelle discipline tipiche della Ricerca Operativa. Rientrato dagli USA, Andreatta tenne vari insegnamenti di Ricerca Operativa presso l'allora Facoltà di Scienze Statistiche, ma aderì, fin dalla sua fondazione, al Dipartimento di Matematica Pura e Applicata. Anche in seguito, Andreatta insegnò quasi esclusivamente la Ricerca Operativa a studenti delle lauree in Statistica. Uno sviluppo interessante ha avuto anche il corso di Economia Matematica nel ruolo di coltivare l'interesse per le applicazioni all'Economia, toccando i settori dell'ottimizzazione statica e dinamica e dei sistemi dinamici. Il corso è stato tenuto con continuità da docenti di Ca' Foscari fino al 1995: Giovanni Castellani i primi vent'anni e Bruno Viscolani dal 1987.

### **Il Dipartimento di Metodi e Modelli Matematici per le Scienze Applicate ed il Dottorato in “Matematica computazionale”**

In parallelo al Dipartimento di Matematica Pura e Applicata c'era anche il Dipartimento di Metodi e Modelli Matematici per le Scienze Applicate “U.Richard” i cui membri si occupavano di alcuni aspetti della matematica applicata in particolare del calcolo numerico; a differenza del Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata che gravitava verso la Facoltà di Scienze, quest'ultimo era legato alla Facoltà di Ingegneria e nel 2012 è stato assorbito in parte dal Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata e in parte dal Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale. C'erano stati alcuni tentativi di scorporare dal Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata un Dipartimento solo di Matematica Applicata, ma ha sempre predominato l'interesse per un Dipartimento unico che recentemente è poi stato rinominato come Dipartimento di Matematica Tullio Levi-Civita. Un ulteriore rafforzamento della matematica applicata a Padova è stato ottenuto tramite l'attivazione nell'a.a. 1986-87 di un Dottorato di ricerca dal titolo “Matematica Computazionale ed Informatica Matematica” che era un dottorato del Consorzio Nord Orientale con sede a Padova. Esso è stato coordinato per venti cicli da Renato Zanollo. Con l'avvento dei dottorati specifici in Informatica, a partire dall' a.a. 1995/96 il titolo è stato ristretto a “Matematica computazionale”. Per vari

anni esso veniva svolto in parallelo con il Dottorato in Matematica (Pura) per poi confluire nell'attuale unico dottorato in Matematica.

### **Sviluppi piú recenti**

In quanto segue, viene descritta con qualche ulteriore dettaglio la evoluzione piú recente presso il Dipartimento di Matematica Tullio Levi-Civita delle tre tematiche di matematica applicata: Probabilità, Ricerca Operativa, Economia matematica.

Per quanto riguarda la Probabilità e le sue applicazioni, si può con orgoglio affermare che, rispetto ad altre sedi, al Dipartimento attuale di Matematica Tullio Levi-Civita c'è una forte presenza di ricercatori in tale settore. Questo gruppo consta essenzialmente di due "anime": una piú propriamente probabilistica/meccanica statistica ed una di applicazioni alla finanza. Entrambi i gruppi sono molto attivi, hanno ottimi collegamenti internazionali ed organizzano vari seminari e convegni. Questo è molto importante per le giovani leve che hanno fatto il loro percorso di studi in questo settore. Possiamo essere fieri di avere avuto tra i nostri allievi, degli attuali illustri ricercatori, sia accademici che applicativi, in varie sedi importanti nel mondo.

Per quanto riguarda la Ricerca Operativa, nel 1990 fu chiamato a Padova nella Facoltà di Scienze il professor Michele Conforti, che aderì anch'egli al Dipartimento di Matematica Pura e Applicata. Conforti, laureatosi a Bologna in Ingegneria, ottenne un Master e poi un PhD in Ricerca Operativa alla Carnegie Mellon. A Padova, Conforti insegnò prevalentemente nei corsi di Matematica. Numerosi furono i suoi allievi, alcuni dei quali occupano posizioni accademiche in Università italiane e straniere. Successivamente l'offerta didattica in Ricerca Operativa a Padova fu ampliata sia a Matematica, sia a Statistica, sia ad Ingegneria. A Matematica, l'offerta didattica e l'attività scientifica furono corroborate dall'arrivo di Luigi De Giovanni (nel 2007 Ricercatore, attualmente Professore Associato), Marco Di Summa (nel 2011, Ricercatore, attualmente Professore Associato), Francesco Rinaldi (nel 2012, Ricercatore, attualmente Professore Associato), e recentemente da un Ricercatore, Andrea Cristofari. A Statistica l'offerta didattica fu ampliata con l'arrivo nel 1993 di Carla De Francesco (Ricercatore). A Ingegneria, oltre al Professor Giorgio Romanin Jacur, originariamente un ricercatore presso il LADSEB, è presente il Professor Matteo Fischetti e il Prof. Domenico Salvagnin. Costoro hanno sempre collaborato con i Ricercatori Operativi del Dipartimento di Matematica, ma sono stati incardinati nel Dipartimento di Ingegneria dell'Informazione.

Per quanto riguarda l'Economia matematica, nel 1995 parte il progetto della Facoltà di Economia a Padova e con esso l'esigenza di matematici con

competenze e sensibilità adeguate. Così nasce, cresce nel tempo e afferisce al Dipartimento di Matematica un piccolo gruppo di ricercatori attivi nelle applicazioni della Matematica all'Economia, rendendo più concreta la presenza di un interesse acceso negli anni '60.



# Mario Volpato

## Giovanni Castellani <sup>54</sup>

Mario Volpato nacque a Castelbaldo (PD) nel 1915. Dopo aver frequentato le scuole elementari a Castelbaldo e le scuole complementari a Badia Polesine, dove frequentò anche un corso integrativo per l'ammissione alle scuole medie superiori, fu accolto come istitutore (sorvegliante degli alunni) nel Collegio Vescovile "Angelo Custode" di Rovigo. Egli compì gli studi medi superiori da autodidatta, conseguendo prima il diploma magistrale e poi la maturità scientifica. Insegnò nelle scuole elementari e contemporaneamente si iscrisse, senza poter frequentare, alla Facoltà di Ingegneria dell'Università di Ferrara, passando, dopo il biennio propedeutico, al corso di laurea in matematica. Si laureò a pieni voti nel 1940 con una tesi "Sull'applicazione del metodo degli operatori funzionali all'integrazione di un particolare sistema di equazioni differenziali alle derivate parziali del primo ordine", relatore il prof. Dario Graffi. Nello stesso anno divenne assistente straordinario alla cattedra di Analisi matematica, coperta dal prof. Angelo Tonolo, all'Università di Padova, incarico che dovette lasciare nel 1941 per il richiamo alle armi come ufficiale del Genio Pontieri e che riprese nell'ottobre 1945. Seguirono anni di intensa attività scientifica e didattica nelle università di Padova, Ferrara e Venezia. Conseguì la libera docenza in Analisi matematica nel 1954 e vinse il concorso a cattedra nella stessa disciplina nel 1958 con una trentina di lavori riguardanti prevalentemente le equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali, molto apprezzati da analisti quali Alessandro Faedo ed Enrico Magenes. Volpato fu chiamato a ricoprire la cattedra di Matematica generale alla Facoltà di economia e commercio di Ca' Foscari, dove dal 1954 insegnava la stessa disciplina da professore incaricato e si dedicò a far crescere una scuola di giovani studiosi orientati alle applicazioni della matematica all'economia, costituendo un

---

<sup>54</sup>Università di Venezia.

gruppo di ricerca del CNR avente per tema “Modelli matematici della ricerca operativa”. In questo secondo periodo della sua attività scientifica Volpato si affermò come uno dei protagonisti dello sviluppo della ricerca operativa in Italia. Fu tra i promotori dell’AIRO (Associazione italiana di ricerca operativa) e dell’AMASES (Associazione per la matematica applicata alle scienze economiche e sociali), di cui fu anche presidente onorario. Con le sue pubblicazioni si occupò prevalentemente di programmazione matematica e in particolare di programmazione lineare (determinazione di limitazioni a priori dell’estremo e condizioni per l’arresto di algoritmi risolutivi con valutazione dell’errore, stabilità delle soluzioni di un programma lineare al variare dei coefficienti della funzione obiettivo, interpretazione delle proprietà analitiche del problema duale applicato ad un problema di produzione di beni) e di programmazione dinamica, sia dei suoi fondamenti analitici sia delle sue applicazioni a vari problemi economici (controllo della produzione e delle scorte di uno o più beni, problemi di scelta tra investimenti e numerosi altri ancora). Avendo intuito la potenzialità innovativa del computer nella ricerca scientifica, nelle attività produttive e nella società, egli costituì a Ca’ Foscari all’inizio degli anni sessanta uno dei primi centri universitari di calcolo elettronico. Fu tra i fondatori dell’AICA (Associazione italiana di calcolo elettronico) e nel 1969 fu uno dei più convinti promotori del CINECA (Consorzio interuniversitario del nord-est per il calcolo automatico), di cui fu a lungo vicepresidente. Volpato ricoprì anche cariche direttive all’interno dell’università come preside della Facoltà di economia e commercio a Venezia dal 1965 al 1968 e come primo direttore dell’Istituto superiore di scienze sociali di Trento dal 1962 al 1968. Nel 1974 egli si trasferì da Ca’ Foscari, dove lasciò un numeroso e affiatato gruppo di allievi, alcuni dei quali già in cattedra, all’Università di Padova per ricoprire la cattedra di Calcolo delle probabilità fino al pensionamento e alla nomina a professore emerito. La vasta produzione scientifica di Volpato testimonia la sua grande versatilità nel passare con facilità a settori diversi di studio, portando in ciascuno di essi significativi ed originali contributi. Oltre all’attività accademica, egli svolse anche un’intensa attività di consulenza e ricoprì incarichi direttivi in enti pubblici e privati, nei quali si distinse per capacità innovative ottenendo brillanti risultati, spesso legati alla sperimentazione di modelli matematici studiati all’università. Tra tali incarichi va in particolare menzionato quello di presidente della Camera di commercio di Padova dal 1970 al 1982, durante il quale, memore dell’esperienza universitaria del CINECA, fondò la CERVED S.p.A (Centri elettronici reteconnessi per la valutazione e elaborazione dei dati) che divenne la società informatica di tutto il sistema delle Camere di commercio italiane per la raccolta, l’elaborazione e la diffusione in rete dei dati economici su tutto il territorio nazionale. Promosse inoltre la

costituzione nella zona industriale di Padova dell'interporto merci, organizzato per consentire la sosta e lo smistamento delle merci nelle diverse direzioni con le varie modalità di trasporto. Anche in questo caso si avvalse della sua esperienza universitaria di studioso di modelli matematici di trasporto, chiamato anche a far parte della commissione nazionale per il piano dei trasporti. Volpato concluse il 21 gennaio 2000 la sua vita operosa e ricca di soddisfazioni e riconoscimenti. Quanti lo conobbero lo ricordano non solo per le sue capacità ed intuizioni di acuto studioso, per le sue straordinarie attitudini didattiche, per la sua abilità manageriale, per la sua tenacia nel perseguire gli obiettivi da raggiungere, ma anche per l'umanità e la cordialità dei rapporti, per l'entusiasmo e le motivazioni che sapeva trasmettere ai suoi allievi e collaboratori, per la convinta religiosità, per l'uso arguto del dialetto padovano.



Mario Volpato

# Informatica



# L'informatica di Scienze a Padova

**Gilberto Filè** <sup>55</sup>

Dal 1987 sono stato professore ordinario di informatica presso il Dipartimento di Matematica Pura e Applicata (DMPA) della Facoltà di Scienze che successivamente è diventato il Dipartimento di Matematica Tullio Levi Civita (DM). Dall'ottobre 2021 sono in pensione. Essendo stato il primo professore ordinario di informatica del DMPA, sono in una posizione ottimale per descrivere lo sviluppo dell'informatica nel Dipartimento. Nonostante questo, non appena ho iniziato a organizzare le cose da dire, mi sono reso conto che i miei ricordi erano come minimo confusi, le date si mescolavano, i nomi erano usciti di memoria, eccetera. Quindi ho chiesto aiuto a molti colleghi ed anche al personale amministrativo. È solo grazie all'aiuto ricevuto che sono riuscito a scrivere queste pagine che spero non contengano troppe imprecisioni e dimenticanze. In ogni modo tutte le sciocchezze, eventualmente ancora presenti, sono da imputare solamente a me. Parto dall'inizio. Prima del mio arrivo era già successo molto.

Il 1967 è una data importante per l'informatica del nord Italia, infatti le Università di Padova, Bologna, Firenze e Venezia formano il "Consorzio interuniversitario per la gestione del centro di calcolo elettronico dell'Italia nord-orientale". Nel 1969 nel centro di calcolo interuniversitario di Casalecchio di Reno (CINECA) viene installato un computer CDC 6600 e nel 1970 nasce la rete CINECANet che connette gli Atenei consorziati. Successivamente, presso l'edificio Paolotti, dove risiedevano gli istituti matematici di Padova, viene creato un centro di calcolo scientifico dotato di un server che gestiva il collegamento col CINECA. Il personale del centro di calcolo comprendeva tre docenti e alcuni tecnici di laboratorio. I tre docenti erano: Renato Zanovello titolare

del corso di “Calcolo Numerico” per la laurea in matematica, Maria Emanuela Crescenti, titolare del corso di “Sistemi di Elaborazione delle Informazioni” per la laurea in Statistica e Claudio Grubissich, titolare del corso di “Teoria della Programmazione per le Macchine Calcolatrici” per la laurea in matematica. Per ospitare questi corsi, la laurea in matematica conteneva un apposito “indirizzo applicativo”. Il centro di calcolo scientifico svolgeva per l’Università una funzione di servizio facendo consulenza ai ricercatori nell’utilizzo degli strumenti informatici. Il personale tecnico del centro è riuscito nel tempo a sviluppare un’ apprezzabile attività di ricerca che ha avuto importanti ricadute nel successivo sviluppo dell’informatica del dipartimento. In particolare vanno menzionati Livio Colussi e Annalisa Bossi, hanno iniziato la carriera nel centro di calcolo e negli anni ’80 sono diventati professori associati. Come tali, hanno arricchito l’offerta di corsi di informatica rivolta agli studenti del corso di studio di matematica.

Verso la metà degli anni ’80, l’Ateneo di Padova decide di investire risorse per sviluppare l’informatica e bandisce 3 cattedre di informatica, una presso la Facoltà di Ingegneria, una presso quella di Scienze MM.FF.NN. ed una presso quella di Scienze Statistiche. Ritengo che, oltre a sviluppare l’informatica nelle 3 Facoltà coinvolte, il progetto volesse anche favorire la cooperazione tra queste Facoltà in ambito informatico. A mio parere questo auspicio ha avuto bisogno di tempi imprevedibilmente lunghi per realizzarsi, come mostrerò nel seguito.

Nell’87 nasce il Dipartimento di Matematica Pura e Applicata (DMPA) e in quell’anno, oltre a me, a partire da ottobre, afferiscono al dipartimento i 2 PA menzionati prima, Bossi e Colussi, e anche Nicoletta Cocco, diventata ricercatrice nell’84. Negli anni successivi il gruppo non cresce. Finalmente nel ’91 viene chiamato Michele Bugliesi come ricercatore e nel ’94, sempre come ricercatore, viene chiamato Andrea Pietracaprina. Purtroppo però negli stessi anni perdiamo Bossi e Cocco che si trasferiscono a Cà Foscari. È evidente che la crescita del gruppo informatico non è una priorità per il DMPA che la vede piuttosto come un possibile rischio per lo sviluppo della matematica. D’altra parte in quegli anni la pressione didattica è piuttosto leggera e in realtà anche piacevole poiché i corsi di informatica sono rivolti agli studenti di matematica interessati all’informatica che non sono molti e sono generalmente di ottimo livello. Quindi questi sono anni in cui il gruppo informatico si concentra sulla ricerca con una rilevante produzione scientifica. Questa forte attività di ricerca si rileva anche nella crescita, in quegli anni, di diversi dottorandi che hanno nel seguito fatto carriere di successo.

Nei primi anni ’90 era per me evidente che l’informatica avrebbe avuto un ruolo sempre maggiore nella crescita tecnologica ed economica del paese e, che

quindi, c'era bisogno di iniziative per formare informatici in numeri maggiori rispetto a quanto potessimo fare all'interno della laurea in matematica e del nostro dottorato. Eravamo però frenati nell'intraprendere questa strada dalla consapevolezza di essere troppo pochi per sostenere un intero corso di studi. D'altronde sapevamo che in Italia, per progredire, non era sufficiente avere un buon progetto, ma fosse necessaria un po' d'incoscienza per "fare il passo più lungo della gamba" e attivare un corso di studi che, forzatamente, all'inizio si sarebbe retto su molte supplenze esterne col pericolo di qualche insegnamento di livello non ottimale. Contavamo sul fatto che, una volta che il corso di studi avesse avuto successo, nel senso del numero di immatricolati e degli sbocchi professionali dei laureati, avremmo ricevuto le risorse che ci mancavano dall'Ateneo con l'accordo del DMPA. Questo effettivamente è successo, ma con una lentezza che non ci aspettavamo.

Nei primi anni '90 il Dipartimento ha presentato al MIUR la proposta di attivare 2 diplomi, uno di matematica ed uno di informatica. In particolare, la proposta di informatica era triennale ed era una sperimentazione in vista delle future lauree triennali professionalizzanti che sarebbero state introdotte a livello nazionale nel 2001. Il MIUR approvò solo la proposta di attivare il diploma di informatica che infatti fu attivato nel '96. Nel primo anno gli immatricolati furono solamente 7, ma questo inizio dolce fu molto utile per prepararci agli anni successivi in cui il numero di immatricolati aumentò in modo importante. Finanziamenti Europei ci consentirono di pagare le supplenze che, come atteso, erano molte. Fin da subito aprimmo una proficua relazione con Confindustria che fece da tramite tra noi e diverse aziende presso le quali molti dei nostri studenti poterono completare gli studi realizzando un progetto, seguito sia da un docente che da una persona dell'azienda. Cominciammo, insomma, già allora a sperimentare la formula degli stage aziendali che abbiamo successivamente sviluppato con grande successo e che da anni sono la conclusione naturale degli studi della grandissima maggioranza dei nostri attuali studenti triennali. Come avevamo ampiamente previsto, il carico didattico dei docenti di ruolo, coinvolti nel diploma, divenne molto gravoso, ma il successo della sperimentazione del diploma ci convinse ad attivare la laurea triennale in informatica al posto del diploma, non appena fu possibile farlo. I vantaggi erano ovvi e gli svantaggi inesistenti. Infatti, in questo modo, i nostri studenti avrebbero ricevuto alla fine degli studi un certificato di laurea riconosciuto a livello nazionale, al posto del meno chiaro certificato di diploma, mentre per noi lo sforzo didattico sarebbe rimasto praticamente lo stesso. L'attivazione della laurea triennale in informatica avvenne nel 2001, cioè l'anno in cui le lauree triennali vennero attuate a livello nazionale per la prima volta.

I docenti di informatica nel 2000 non erano cambiati in numero: Bugliesi e

Pietracaprina ci avevano lasciato nel '98, nel mentre avevamo acquisito la professoressa associata Francesca Rossi ('98) ed il ricercatore Francesco Ranzato ('99). Fortunatamente nel 2001 si aggiunse il ricercatore Tullio Vardanega e nel 2002 il professore ordinario Alessandro Sperduti. Con queste nuove forze e con un po' di coraggio decidemmo di attivare anche la laurea specialistica in informatica nel 2003. Avere la laurea specialistica era necessario per offrire agli studenti corsi più avanzati e anche una prospettiva di ricerca da individuare nel dottorato. Disporre solo di una laurea triennale ci avrebbe consegnato ad un destino di pura didattica senza la possibilità di assistere alla crescita professionale dei nostri studenti migliori.

Visto che abbiamo menzionato il dottorato, è interessante spendere qualche parola su come si sviluppò in quegli anni. Dall'86 l'informatica era parte del dottorato di "Matematica computazionale e Informatica matematica" e questo continuò fino a dopo la metà degli anni '90. Per quanto riguarda Padova, questo dottorato, ovviamente, ospitava solo laureati in matematica. Come ci si aspettava, l'attivazione del diploma in informatica nel '96, con la relativa esplosione della didattica in informatica, sottrasse molte energie al dottorato, ma ci furono anche altre ragioni per cui questo cambiò. Il dottorato era sostenuto da un consorzio di Università, Padova era la sede amministrativa e le altre sedi erano Bologna, Udine, e Trieste, ma anche Venezia, Ferrara, Firenze e Trento erano in qualche misura coinvolte. Negli anni '90 l'informatica in Italia crebbe molto e la comunità informatica decise di incoraggiare dottorati di informatica e scoraggiare quelli misti come il nostro. Nel '96 quindi decidemmo di spezzare il nostro dottorato e di creare due nuovi dottorati, uno di Matematica Computazionale ed uno di Informatica. Visto che Bologna aveva molti più informatici e anche un maggior numero di studenti di informatica delle altre sedi, fu naturale che diventasse la sede amministrativa del nuovo dottorato di informatica. Non fu facile per me accettare che Padova non fosse più sede amministrativa del nuovo dottorato e per evitarlo cercai di convincere gli informatici di Ingegneria di Padova di entrare a far parte del nuovo dottorato, in questo modo l'importanza di Padova, come Università, le avrebbe consentito di restare sede amministrativa. Purtroppo questo mio tentativo fallì. A quel tempo, apparentemente, gli ingegneri informatici padovani non credevano nel dottorato italiano in quanto esso si reggeva principalmente sul volontariato dei docenti. Preso atto di questo rifiuto, non restava che accettare di perdere la sede amministrativa a vantaggio di Bologna. Questo comportava, purtroppo, anche la perdita delle borse di dottorato che dall'amministrazione di Padova sarebbero passate a quella di Bologna in modo permanente. Confesso che questo fu uno degli smacchi peggiori della mia carriera. È un caso in cui la cooperazione tra l'informatica di Scienze e di Ingegneria di Padova

non c'è stata, causando, a mio avviso, un danno al nostro Ateneo. Purtroppo fino a poco tempo fa i 2 gruppi di informatici di Scienze e di Ingegneria, nonostante un'evidente vicinanza sui temi di ricerca, continuarono a mostrare scarsa volontà di collaborazione. Solo di recente la situazione è cambiata, con la nascita della nuova Laurea magistrale in Cybersecurity supportata in modo paritetico da Scienze e Ingegneria.

Negli anni successivi le varie sedi del nostro consorzio si staccarono dal dottorato per formare dottorati autonomi. Infatti, a livello MIUR, l'aria stava cambiando ed i consorzi venivano sempre più scoraggiati, finché nel 2011 vennero aboliti completamente. In pratica rimanemmo senza dottorato per un anno. Chiedemmo allora ospitalità alla matematica che infatti ci accolse nel suo dottorato a condizione che questa ospitalità non durasse più di 3 anni. In 2 anni, dopo aver esplorato senza successo la possibilità di formare un nuovo consorzio regionale, riuscimmo a trovare una soluzione alleandoci con una parte degli psicologi di Padova per istituire il corso di dottorato in "Brain Mind and Computer Science" che è attivo dal 2014.

Concludo questa breve storia parlando di ricerca. Assolutamente non intendendo fare un elenco dei temi trattati e dei risultati ottenuti, cerco solamente di indicare alcuni temi sviluppati in quei primi anni che, a mio avviso, hanno avuto un peso notevole nello sviluppo del gruppo informatico in termini di didattica e di ricerca. In primo luogo, voglio menzionare il tema della correttezza dei programmi "alla Hoare", il Professor Colussi si interessò a questo tema fin dall'inizio della sua carriera. Oltre a produrre dei risultati originali molto interessanti, Colussi forgiò il corso di "Teoria della programmazione delle macchine calcolatrici", che insegnava il modo per sviluppare i programmi in modo corretto, seguendo le regole della logica di Hoare. Va ricordato che fino al '96 il corso era rivolto solo a studenti di matematica e che quindi erano avvezzi a ragionamenti astratti, quindi il corso di Colussi ben si adattava a questi studenti. Quando il corso venne offerto a studenti di informatica fu necessario modificarlo pian piano per adattarlo a studenti meno teorici. Questo approccio formale allo sviluppo di programmi è comunque continuato fino ad oggi e a mio avviso è una caratteristica importante del corso di studi e lascia un'impronta positiva su molti studenti.

Il secondo tema riguarda l'analisi statica dei programmi la cui definizione formale risale agli anni '70. L'idea è quella di inferire informazioni interessanti eseguendo i programmi su domini semplificati e con operazioni adatte al particolare dominio scelto. Il dominio semplificato viene chiamato dominio astratto e la teoria è nota come "Interpretazione astratta". Esempi di domini astratti sono il dominio degli intervalli di variabilità e quello dei poliedri convessi per approssimare i valori delle variabili numeriche dei programmi durante la loro

l'esecuzione reale (non astratta).

Due importanti filoni di ricerca sull'interpretazione astratta sono stati sviluppati a Padova sino agli anni 2000:

- la definizione sistematica di domini astratti complessi mediante combinazioni e semplificazioni di domini preesistenti;
- lo studio delle proprietà di precisione di un'interpretazione astratta, ad esempio le proprietà di completezza dell'informazione inferita rispetto alla capacità espressiva del dominio astratto scelto.

Questi studi sviluppati a Padova hanno avuto un impatto significativo sulla comunità scientifica internazionale di analisi statica e, più in generale, dei linguaggi di programmazione. In particolare, le proprietà di precisione e completezza studiate a Padova, sono state oggetto di svariate applicazioni e sviluppi a partire dagli anni 2000, i quali spaziano in ambiti diversi, che vanno dall'analisi di proprietà di sicurezza dei programmi sino alla verifica automatica delle proprietà di robustezza dei modelli di apprendimento automatico in contesti avversariali.

Concludo menzionando un terzo tema di ricerca, vicino al precedente, sviluppato a Padova negli anni '90. Si tratta della formalizzazione dell'ereditarietà e del polimorfismo nella programmazione a oggetti. A questo scopo sono state definite teorie semantiche e sistemi di tipo per calcoli a oggetti che hanno inoltre permesso lo sviluppo di strumenti di analisi statica per la verifica di correttezza dei programmi.



Grace Murray Hopper, una donna, matematica, pioniera dell'Informatica:

*She was one of the pioneers in the early days of electronic computers.  
She and her team invented A-0, the world's first compiler and contributed  
to the definition of the COBOL (Common Business-Oriented Language)  
that has been one of the 20th century's most widely used computer languages.*







ISBN 978-88-6938-294-9



16,00 €